

Matemáticas, Ingeniería y Ciencias Ambientales

# MICA



Vol. 4 No. 7  
ISSN: 2594-1933  
Enero - Junio 2021



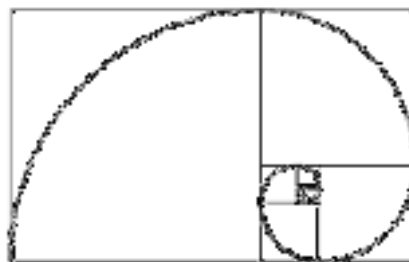
## Editorial

Históricamente el surgimiento de las matemáticas está asociado a las necesidades de lo humanos para poder contar o medir, con el devenir de los años la utilización de las matemáticas es indispensable en el desarrollo de la vida diaria ya que: calculamos el tiempo para llegar a un destino, al ir de compras al mercado, cuando se realizan actividades lúdicas, etc. Se ha encontrado que el cálculo matemático permite estimular el pensamiento analítico, resolver problemas, incrementar la creatividad, no obstante, es común escuchar a personas que manifiestan no usar nunca las matemáticas y que el estudio de las mismas es cosa de gran dificultad, por ello las propuestas didácticas son de gran importancia ya que se enfocan en formas de simplificar el estudio de algunas ramas de la matemática como las fracciones, la trigonometría, el cálculo.

Cuando se analiza la actividad de los ingenieros, es común encontrar una gran parte de la matemática que ellos requieren para el ejercicio de su profesión, entre otras se tiene a los cálculos diferencial e integral, las ecuaciones diferenciales, los métodos numéricos, las transformadas de Laplace. Todo es bagaje permite que un Ingeniero pueda diseñar reactores, torres de destilación, maquinaria, edificios, puentes, naves industriales, etc.

Cuando se analizan las actividades de las ciencias ambientales, se encuentra también a la matemática como una herramienta imprescindible para diseñar propuestas para la conservación de nuestro entorno, es decir las matemáticas y el medio ambiente nos están alejados como pudiera parecer y es posible encontrar múltiples conexiones. Estas conexiones permiten comprender aspectos medioambientales a la vez que se contextualizan determinados contenidos matemáticos, por lo sería provechoso intentar ponerlas de manifiesto en las matemáticas escolares comunes para todos los individuos, abriendo así un nuevo campo de trabajo en Educación Matemática.

Pero, además, desde la antigüedad, los matemáticos han venido equiparando la belleza matemática a la belleza musical o plástica. Científicos de diferentes países han determinado ahora que, a pesar de su naturaleza abstracta, la belleza matemática está vinculada con actividad en la misma región del cerebro que la belleza percibida a través de los sentidos. Por lo que en definitiva se deben plantear actividades como las presentadas en este número que puedan ayudar a subsanar esos problemas de tipo emocional que una gran parte de nuestros conciudadanos presenta hacia las matemáticas e inculcar que estudiar matemáticas puede llegar a ser una experiencia apasionante y cautivadora, incluso aunque nunca se llegue a niveles muy avanzados de entendimiento.



## Índice

		Pag
La formación integral de estudiantes del área de las ciencias básicas e ingenierías, desde las comunidades profesionales de aprendizaje	Guillermo Alonso Rosales Pérez Oscar Omar Verdín Cervantes José Manuel Chacón Bustamante Leopoldo Pintado García	1 - 16
Las raíces complejas a través de Moivre	Miguel Ángel López Santana Anabel Gómez Valdivia	17 - 24
Las Razones Trigonométricas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.	Fabiola Del Carmen Medina Herrera Juan Felipe Flores Robles	25 - 36
Estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra en estudiantes universitarios, basada en el trabajo colaborativo	David Zamora Caloca José Trinidad Ulloa Ibarra María Inés Ortega Arcega	37 - 53
Propuesta didáctica para el aprendizaje de las fracciones en alumnos de primero de secundaria	Martín Alberto Correa Ortega Nidia Dolores Uribe Olivares Nadia Sarahi Uribe Olivares	54 - 64



**Revista MICA.**  
**Volumen 4 No. 7**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Enero – Junio de 2021**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 1 - 16**  
**Recibido: Abril 23 de 2021**  
**Aprobado: Junio 15 de 2021**

**La formación integral de estudiantes del área de las ciencias básicas e ingenierías,  
desde las comunidades profesionales de aprendizaje.**

**The formation of students in the area of basic sciences and engineering, from  
professional learning communities.**

**M. D. Guillermo Alonso Rosales Pérez**

**[guillermo.rosales@uan.edu.mx](mailto:guillermo.rosales@uan.edu.mx)**

**M.E. Oscar Omar Verdín Cervantes**

**[oscar.verdin@uan.edu.mx](mailto:oscar.verdin@uan.edu.mx)**

**M.S.P. José Manuel Chacón Bustamante**

**[manuel.chacon@uan.edu.mx](mailto:manuel.chacon@uan.edu.mx)**

**Mtro. Leopoldo Pintado García**

**[pintado@uan.edu.mx](mailto:pintado@uan.edu.mx)**

**La formación integral de estudiantes del área de las ciencias básicas e ingenierías,  
desde las comunidades profesionales de aprendizaje.**

**The formation of students in the area of basic sciences and engineering, from  
professional learning communities.**

**Resumen**

El presente documento expone algunas contribuciones a la formación integral de estudiantes (FIE) del Área de las Ciencias Básicas e Ingenierías, desde la propuesta de las Comunidades Profesionales de Aprendizaje (CPA) como estrategia educativa innovadora. Inicialmente, se exponen aproximaciones teóricas conceptuales de la FIE y las CPA como referentes. Posteriormente, se analizan relaciones, contribuciones y ventajas de las CPA respecto a la formación integral de los universitarios, considerando lo planteado en la Ley General de Educación Superior vigente. De igual forma, se presentan aspectos relevantes de la propuesta metodológica de las CPA en la Universidad Autónoma de Nayarit, destacando el replanteamiento de la Transversalidad a través de los Ejes Transversales en la institución, como escenario propicio de implementación.

**Palabras clave:** Formación integral, Comunidad de aprendizaje, propuesta metodológica, transversalidad.

**Abstract**

The present document exposes a few contributions towards the integral formation of students (IFS) in the area of engineering and basic sciences, from the proposition of Professional Learning Communities (PLC) as an innovative educational strategy, exposed are theoretical concept approximations of the IFS and PLC's as references. Subsequently, relations, contributions and advantages of the PLCS are analyzed regarding the integral formation of university students considering the approach of the Ley General de Education Superior. In the same manner relevant aspects of the methodological proposition of the PLC'S are presented at the Universidad Autónoma de Nayarit, highlighting the transverse approach through the transverse hub of the institution as an auspicious stage for implementation.

**Keywords:** integral formation, learning communities, methodological transverse proposition.

## Introducción

El discurso predominante en relación a las Comunidades Profesionales de Aprendizaje (CPA), tiende a resaltar la importancia, principalmente, de cómo éstas promueven aprendizajes efectivos en los estudiantes, en los docentes y en todos los actores involucrados en la comunidad, a partir de la dinámica que se propone desde una metodología que privilegia el diálogo, la colaboración, la generación de propuestas, el liderazgo compartido, la responsabilidad social, entre otros rasgos. Se reconoce, además, derivado de esta propuesta de trabajo pedagógico, la posibilidad de innovación de prácticas y procesos educativos, desde algunos específicos como la labor docente, hasta procesos generales de gestión y evaluación institucional.

En relación a lo anterior, cuando se piensa en las Comunidades de Aprendizaje se asocia a éstas generalmente con los niveles básicos de educación, situación comprensible dado que fue en dónde se instalan inicialmente como una gran estrategia educativa. Asimismo, tienden a enmarcarse hacia el logro de los propósitos curriculares, es decir, las acciones de los participantes se orientan a garantizar en lo más posible resultados académicos y escolares favorables. Sin embargo, por lo expuesto, se relega a segunda instancia la posibilidad de promover aprendizajes en el nivel superior y que ello contribuya, además, a una formación más pertinente y holística: la integral.

La dinámica de las CPA en el nivel superior no se aleja totalmente de la pretensión señalada para los niveles básicos; sin embargo, las características desde su concepción, operación y alcances son significativamente distintas. La riqueza metodológica y didáctica generan un marco de oportunidades importante. En ese sentido, las experiencias de implementación de las CPA en el nivel superior, por lo general, han brindado resultados favorables en términos de promoción de aprendizajes, habilidades, competencias profesionales, que inciden directamente en la formación de futuros profesionistas. Se reconoce que esa propuesta metodológica también puede contribuir a la formación integral de los estudiantes universitarios.

En el presente documento se señala la contribución desde las CPA como estrategia formativa, a la formación integral de los estudiantes (FIE) del Área de las Ciencias Básicas e Ingenierías. La pretensión no es sumar a la discusión de la definición de la FIE, sino a partir de los planteamientos ya realizados al respecto y lo establecido en la Ley General de Educación Superior, destacar las relaciones y contribuciones a la formación integral. Posteriormente a destacar algunas fortalezas de las CPA, se presenta una propuesta teórica - metodológica para su implementación en el contexto de la Universidad Autónoma de Nayarit, en el marco del replanteamiento de la Transversalidad a partir de Ejes Transversales como valiosa oportunidad.

### **Marco teórico**

Abordar la definición de Formación Integral de Estudiantes remite a una inevitable discusión teórica y conceptual. Se pueden identificar múltiples enfoques y propuestas, y todas ellas ajustadas, generalmente, a modelos asumidos desde variados contextos y realidades educativas. Inicialmente, se identifican diferencias entre la FIE entendida en los niveles básicos de educación y el nivel superior. En relación a ésta última, hay diferencias entre la educación universitaria, tecnológica, técnica profesional, entre otras.

Respecto a la educación superior, y particularmente la universitaria, reviste especial relevancia repensar sus procesos en general. Es pertinente evaluar, reenfocar estrategias, innovar propuestas. Las denominadas funciones sustantivas son tema propicio para cuestionar, para reflexionar en torno a ellas, sus implicaciones y sus retos. Ante ello, y como parte de la función tradicional de la docencia, se identifican los procesos de formación de estudiantes que requieren una reconfiguración sustancial, de fondo, alineada a la atención de las nuevas realidades globales y locales, en concordancia con las demandas, problemáticas y necesidades primordiales.

Relacionado con lo anterior, se identifica la necesidad imperante de pensar en un nuevo perfil, no sólo del profesionista que a través del dominio de competencias participe en la mejora o solución de problemáticas sociales y profesionales, sino en la formación de personas con una visión humanista, sujetos activos, propositivos, conscientes de su entorno y sus problemáticas, y que desde su compromiso social pueden contribuir a mejorar las condiciones de vida propia y de los demás. Ante ese nuevo perfil, y respeto a los cambios en el escenario de la educación superior, en la Declaración Cartagena CRES (2008) se planteó lo siguiente:

Procuramos el perfil humanista de la educación superior, con base en el cual debe orientarse a la formación integral de personas, ciudadanos y profesionales, capaces de abordar con responsabilidad ética, social y ambiental los múltiples desafíos implicados en el desarrollo endógeno y la integración de nuestros países, y participar activa, crítica y constructivamente en la sociedad (citado en Pensado, et. al. 2017)

En el mismo sentido, se manifiesta que en “una sociedad cambiante es necesaria una formación integral, general y profesional, que propicie el desarrollo de la persona como un todo y favorezca su crecimiento personal, su autonomía, su socialización y la capacidad de convertir en valores los bienes que la perfeccionan” (UNESCO, 2008; citado en Pensando et. al. 2017). En estos planteamientos, es evidente la consideración del componente social. El sistema educativo, a través de la educación superior, reconoce la necesidad de construir modelos que respondan a las nuevas necesidades formativas, a la vez, considerando un fortalecimiento de la responsabilidad social, tanto en su función inherente como institución, como a través del nuevo profesionista que puede incidir en los escenarios sociales complejos.

Es preciso señalar que la educación superior que se demanda actualmente requiere mayor énfasis en la formación integral del estudiante, pero a la vez, en el fortalecimiento de la formación profesional. “La formación integral va más allá de la capacitación profesional, aunque la incluye. Es un enfoque o forma de educar. La educación que brinda la universidad es integral en la medida en que enfoque a la persona del estudiante como una totalidad y que



no lo considere únicamente en su potencial cognoscitivo o en su capacidad para el quehacer técnico o profesional”. (Orozco, 2009. P. 181).

Y precisamente, ante la necesidad de replantear procesos formativos en la educación superior, que permita la configuración de nuevos perfiles integrales, con el componente personal y profesional, tendiente a un fuerte compromiso social, se han venido planteando distintos modelos educativos, curriculares, académicos, con la implementación de estrategias y métodos específicos para el logro de ciertos fines. Como parte de esto último, se identifican en nivel superior las Comunidades Profesionales de Aprendizaje (CPA) como oportunidad para promover aprendizajes, competencias académicas y rasgos de una formación integral.

Las Comunidades de Profesionales de Aprendizaje son concebidas en la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN), inicialmente, como una estrategia institucional innovadora que permite atender los retos que exige una sociedad cada vez más compleja. Las CPA se presentan como una propuesta didáctica, particularmente por la manera de abordar fenómenos y problemáticas que se presentan en la sociedad y con ello promover aprendizajes. Para ello, grupos de sujetos (estudiantes, docentes, expertos universitarios y agentes externos) trabajan en conjunto y aportan conocimiento desde sus diversas áreas profesionales. El trabajo multi e interdisciplinar es fundamental.

El diálogo entre las personas que integrarán las CPA será la herramienta base para conformar grupos que, de manera integral y transversal, analicen las problemáticas que se dan en el contexto universitario y fuera de él. El propósito fundamental de este proyecto es promover el aprendizaje de los estudiantes participantes y los actores participantes, en un ambiente donde se facilite la discusión y el conocimiento desde el análisis interdisciplinar sobre una situación particular, con la intención de trascender el estudio y generar propuestas de mejora o solución.

Para el caso de la educación superior, la CPA es entendida como estrategia que favorece aprendizajes formales que enriquecen y fortalecen el logro del perfil profesional de egreso. Asimismo, promueve una visión crítica de la realidad desde un análisis disciplinario, inter, multi y transdisciplinario. De la misma manera, permite el desarrollo de rasgos y habilidades relacionados a una formación integral de la persona.

Las CPA, además de los propósitos descritos anteriormente, mantienen dos finalidades principales según lo descrito por Fullan (2016. En Flores *et al.*, 2021): el cambio y la innovación. Estos dos elementos serían fundamentales para las metas y objetivos que se planteen en el presente proyecto, ya que los integrantes de las CPA tendrán que desarrollar un pensamiento crítico ante los fenómenos sociales, educativos y culturales que se analicen, pero manteniendo en todo momento la apertura a saberes desde otras disciplinas.

Por su parte, García *et al.* (2018, p. 119) definen una CPA como “un espacio en el que existe una arraigada cultura de colaboración”, donde los integrantes se desenvuelven en un ambiente de respeto y confianza donde además se gestan, según los propios autores, responsabilidades que son compartidas en la búsqueda de aportar conocimientos desde el área profesional particular, y con ello consolidar una comunidad donde todos los integrantes desarrollen aprendizajes.

Las CPA se concebirán como un espacio dialógico igualitario entre estudiantes, docentes, expertos y especialistas externos a la universidad, donde se promuevan múltiples aprendizajes profesionales sobre un objeto de análisis específico de interés general. La formación integral es un ámbito al que se contribuya desde las CPA, ya que para esta propuesta el pensamiento crítico, el análisis del entorno, la promoción de la identidad, el fortalecimiento de la responsabilidad social, entre otras, son aspectos que deben ser trabajadas desde la universidad pública, con la intención no sólo de desarrollar profesionales competentes a su egreso, sino a su vez ciudadanos responsables en sus diferentes contextos.

En la UAN, las CPA se consideran una estrategia que promueve la formación integral de los estudiantes. Así se estableció en el programa estratégico número 5, *Programa estratégico de formación integral y socialmente responsable de estudiantes universitarios*, del Plan de Desarrollo Institucional 2016-2022, “Conformar comunidades de aprendizaje entre estudiantes universitarios que permitan el diálogo e intercambio de ideas y de propuestas desde un enfoque multidisciplinar para la mejora del entorno” (UAN, 2016).

Inicialmente, al plantearse las CPA como un estrategia que promueve el análisis de la realidad problémica desde la multi e interdisciplina, es posible acercarse a la promoción del *pensamiento crítico*, mismo que es señalado en la Ley General de Educación Superior (LGES) vigente en México como uno de saberes fomentados para el desarrollo humano integral, “La formación del pensamiento crítico a partir de la libertad, el análisis, la reflexión, la comprensión, el diálogo, la argumentación, la conciencia histórica, el conocimiento de las ciencias y humanidades, los resultados del progreso científico y tecnológico, el desarrollo de una perspectiva diversa y global...” (LGES, 2021). Con el planteamiento de las CPA en la Universidad se pretende superar el privilegio de la disciplina e hiperdisciplina en el abordaje de las ciencias y el conocimiento, trascender la aún dominante visión parcelaria de la realidad.

Relacionado a lo anterior, desde las CPA como propuesta metodológica se destaca el componente de *responsabilidad social* para la vinculación con la sociedad y su participación en la mejora o solución de problemáticas del entorno. En ese sentido, la LGES plantea como uno de sus fines “Formar profesionales con visión científica, tecnológica, innovadora, humanista e internacional, con una sólida preparación en sus campos de estudio, responsables y comprometidos con la sociedad y el desarrollo de México, con conciencia ética y solidaria, pensamiento crítico y creativo, así como su capacidad innovadora, productiva y emprendedora” (LGES, 2021). El trabajo propuesto desde las CPA permite una mayor comprensión de las problemáticas sociales, profesionales y educativas, situación que favorece la posible intervención profesional.

El *diálogo* constituye un elemento central en el planteamiento metodológico de las CPA. Por un lado, representa un recurso importante para la dinámica de trabajo, por otro, es concebido como aquel que permite la promoción de habilidades profesionales y personales relacionadas con la comunicación intra e interpersonal y el fortalecimiento del habla, escritura y escucha; negociación, persuasión, argumentación. El ejercicio constante del diálogo entre todos los participantes, desde un marco de respeto, igualdad, equidad, justicia y democracia, promueve la adopción de modelos horizontales de autoridad y, sobre todo, de *liderazgo compartido* y genuino trabajo en equipo.

La dinámica de operación de la CPA permite, en el marco de las fortalezas identificadas desde la práctica dialógica, el reconocimiento del otro, la valoración de los aportes y promoción de una *cultura de colaboración*. En ese sentido, se considera relevante precisar que esto permite ir configurando un nuevo enfoque de relaciones humanas y sociales, tal como se afirma en la LGES (2021), “La construcción de relaciones sociales, económicas y culturales basadas en la igualdad entre los géneros y el respeto de los derechos humanos”. Es necesario aclarar que este nuevo enfoque de relaciones no se limita para los participantes directos de las CPA, sino que, se asume como una posición respecto a las personas en general, identificadas en diferentes contextos, con interacción permanente en distintas realidades.

A la par de promover la responsabilidad social y el diálogo desde las CPA, se reconoce como fortaleza que incide en la FIE, la oportunidad de *construir propuestas, alternativas y opciones* para el análisis o para la intervención ante las problemáticas identificadas. En ese sentido, y de acuerdo a la LGES, la educación superior debe promover “la generación y desarrollo de capacidades y habilidades profesionales para la resolución de problemas; así como el diálogo continuo entre las humanidades, las artes, la ciencia, la tecnología, la investigación y la innovación como factores de la libertad, del bienestar y de la transformación social” (LGES, 2021).

Participar en las CPA, permite a los estudiantes incrementar su manejo y gestión de la información, análisis crítico de los medios y uso responsable de las tecnologías de la

información, incluyendo habilidades digitales. Relacionado con ello, se fomentan habilidades para el autoaprendizaje y la autogestión. No distante al tema, se fomenta el desarrollo de habilidades de diagnóstico y formas de evaluación.

### **Metodología**

Las CPA en la Universidad Autónoma de Nayarit se vinculan con los tres grandes procesos que contribuyen a la formación integral de estudiantes: la Tutoría, Responsabilidad Social Universitaria (RSU) y Transversalidad. Planteado desde los proyectos curriculares, y aunque las prácticas formativas no se limitan sólo a ello, establecen un marco general de actuación para contribuir a los propósitos educativos. Respecto a la Transversalidad, característica del modelo curricular implementado en la institución, se han propuesto la incorporación de ejes transversales en el trabajo académico desde los programas educativos.

Desde los ejes transversales, a partir de la operación de programas institucionales, se reconoce un potencial escenario para conformar CPA que contribuyan desde el marco de la multi, inter y transdisciplinariedad, a la formación integral de los estudiantes. Para ello, se propone la siguiente metodología de implementación.

La propuesta, se fundamenta en cinco conceptos clave:

- 1. Comprensión del entorno.** El contexto es un punto fundamental en el momento de conformar una CPA, ya que de él dependerá el foco de aprendizaje. Es fundamental comprender el entorno al interior y exterior de la institución en el que se desarrollan las CPA, para proponer cambios o soluciones y mostrar perspectivas o enfoques pertinentes.
- 2. Focalización del aprendizaje.** Es pertinente identificar y determinar el aprendizaje que se pretende desarrollar, este puede ser orientado a procesos, contenidos, interacciones, actitudes, por mencionar algunos. No se debe confundir con la temática que ayudará a desarrollar el aprendizaje.
- 3. Valoración del Aprendizaje.** Los aprendizajes ya adquiridos de todos los integrantes de las CPA tendrán un gran valor dentro de las mismas, y siempre serán tratados como una base

fundamental para que los procesos dialógicos llevados dentro de ellas se desarrollen y mejoren. Esto permitirá la construcción de aprendizajes superiores desde la colectividad.

4. **Liderazgo Compartido.** Es entendido como la habilidad de influenciar la forma de ser o actuar en otras personas, así como para incentivar, delegar, promover, convocar, gestionar o tomar la iniciativa para lograr una meta o propósito de una forma eficaz y eficiente. Dentro de la CPA no está definido un integrante en particular y cambiará de acuerdo a las necesidades del foco de aprendizaje.
5. **Coherencia Profesional.** Se comprende como la creación de una interrelación teoría-práctica, llevando las habilidades, conocimientos, valores y actitudes desarrolladas en los diferentes momentos formativos de la profesión a una aplicación real en la mejora o solución de problemas sociales o de la comunidad.

Comprender el entorno ayudará a identificar qué tipo de aprendizajes son, en ese momento, más importantes y pertinentes. Es preciso aclarar que estos aprendizajes no se limitan a aquellos relacionados a las disciplinas de origen y a los relacionados a la multi e interdisciplina, sino, además, a aquellos que inciden en el desarrollo integral del estudiante. Aunado a ello, podrán generarse aprendizajes que contribuyen a esto último y que derivan de la dinámica misma de las CPA, pero son considerados menos predecibles.

Es importante el bagaje cultural de cada integrante y el gran aporte que eso implica al diálogo y a su vez a la dinámica de un liderazgo compartido. Según el nivel de conocimiento de cada individuo sobre una temática o problemática, generará cambios de dirección o perspectiva, la enriquecerá, lo que llevará a complementar lo aprendido de forma teórica en cada una de las áreas de conocimiento, con una práctica adecuada construida a través del proceso dialógico entre integrantes.

Tener claros los conceptos anteriores es fundamental para desarrollar una CPA de forma adecuada a las necesidades y características de la propuesta, y esto mismo evitará que utilicemos los contenidos temáticos como centro del desarrollo del aprendizaje; permitirá desarrollar aprendizaje desde la colaboración y construcción conjunta, que nos permita incidir en una formación integral del universitario. Lo anterior toma como base las

características que Krichesky y Murillo (2011) presentan para describir una comunidad de aprendizaje que, si bien dependería del enfoque que se le dé a esta, es necesario que estén siempre presentes.

Para que un grupo colaborativo y dialógico, pueda reconocerse como CPA deberá contemplar al menos los siguientes **integrantes** con las mencionadas características dentro de su dinámica de trabajo:

1. **Docentes CPA.** Serán los docentes responsables de sugerir inicialmente el foco de aprendizaje en la CPA.
2. **Comunidad Estudiantil.** Estará integrada por estudiantes de licenciatura de cualquier área del conocimiento, y al menos tres diferentes áreas, que estén cursando cuando menos el tercer periodo de su programa.
3. **Expertos.** Son parte importante de cualquier comunidad, sea académica, social o profesional, debido a que se especializan en situaciones específicas de las dinámicas sociales y profesionales, por lo que es fundamental tener una perspectiva u opinión de los mismos dentro de una CPA.
4. **Grupos Externos.** Pueden ser colectivos o grupos específicos de personas que trabajan de forma directa una temática que la CPA abordará, pero que no pertenecen o dependen de la Universidad Autónoma de Nayarit, pudiendo ser comités de acción ciudadana, dependencias gubernamentales de cualquier nivel, asociaciones civiles con o sin fines de lucro, entre otras.

Es imperativo recalcar que ninguno de los integrantes tiene una posición jerárquica mayor a los demás. Aun cuando los niveles de conocimientos sean diferentes y muy marcados, todas las opiniones y posturas deberán ser escuchadas y prevalecerá lo acordado a través de un proceso dialógico, crítico, autocrítico y reflexivo de la situación.

Respecto al **trabajo aula** de las CPA, aunque las sesiones se pueden llevar a cabo periódicamente, de forma similar a una sesión áulica convencional, las dinámicas predominantes de las mismas tendrán claras diferencias. La primera, es que no se trabajará en temas o contenidos específicos de la visión disciplinaria, como regularmente se hace en una licenciatura. Las temáticas, serán analizadas desde una visión plural, con enfoque multi e interdisciplinar.

El aprendizaje que se obtendrá a través del diálogo desde las diferentes áreas del conocimiento y de los diversos niveles de relación con la sociedad constituyen un punto medular de la CPA. Las interacciones entre docentes CPA, estudiantes, personal experto y los grupos externos, se darán siempre en un ambiente de igualdad, sin tratar de imponer una idea, perspectiva, estructura o enfoque sobre la temática que se aborde. Será labor del grupo de docentes CPA crear las condiciones adecuadas para ello. Por otra parte, en cada sesión será necesario tomar acuerdos que ayuden al avance y desarrollo de las actividades y permitan establecer posibles resultados que se presentarán en siguientes sesiones.

Krichesky y Murillo (2011) y Alcedo, Chacón & Chacón (2014) realizan propuestas de trabajo en el aula dentro de las cuales es posible identificar seis aspectos clave que podrían permitir un proceso dialógico amigable y de interacción interdisciplinar favorable para el aprendizaje de todos los integrantes, estos se describen a continuación:

1. **Identificación.** Es el primer paso dentro del proceso de trabajo aula de la CPA. Si bien puede cambiar durante los trabajos dialógicos entre los grupos integrantes, es imprescindible definir qué temática se abordará a través de propuestas preestablecidas o que surjan del diálogo grupal. No debe confundirse con la focalización del aprendizaje, el cual ya estará definido.
2. **Lluvia de Ideas.** Pueden ser preguntas, posturas teóricas, hipótesis o perspectivas que permiten el estructurar conceptualmente desde las diferentes áreas participantes, la temática identificada en el punto anterior. Esto permitirá aumentar el campo de visión profesional a todos los individuos, ayudando así a una comprensión más amplia de la realidad.
3. **Diálogo.** Se establecerá un diálogo en el cual se presentan posturas contrarias o afines entre las diferentes áreas del conocimiento, así como de los niveles de contacto con la realidad (docentes, estudiantes, expertos). Dicho diálogo será mediado por la comunidad de docentes CPA.
4. **Diseño.** Es necesario definir un posible plan de trabajo en conjunto que permita a todos los integrantes aplicar sus saberes desarrollados. Se comprende que el proceso de diseño sufrirá varias modificaciones de acuerdo a las etapas de avance.
5. **Compartir información de forma fácil.** El diseño de plan de trabajo deberá ser fácil de compartir, no solamente en lo físico o digital, sino también en lo sintáctico, evitando utilizar



términos que sean muy técnicos y tratando siempre de comprender que dentro de la CPA existirán integrantes que no tengan el mismo nivel de preparación o estudios.

6. **Aplicación y evaluación.** Este apartado se comprenderá de dos formas, como el final donde se presentarán los resultados y la evaluación del proceso e inicio de la nueva aplicación del proceso, con las modificaciones correspondientes.

Así pues, tomando en cuenta siempre y ante todo el foco de aprendizaje, se identificará de forma conjunta una temática o la posible viabilidad de una preestablecida. A través de una lluvia de ideas que incluyen a todas las áreas del conocimiento que integren a las CPA se fundamentará y estructurará dicha temática para iniciar un diálogo de posturas sobre la misma, lo que permitirá crear el diseño de un plan de trabajo que permita a todos los integrantes aplicar sus saberes y conocimientos, este diseño no será estático ya que podría estar cambiando cada vez que se lleve a la práctica y se evalúe.

El diseño deberá ser comprensible para todos los miembros de la CPA lo que permitirá una mejor comprensión y diálogo. Para terminar, se llevará a cabo el plan de trabajo y se presentarán los resultados del mismo, su evaluación y la nueva propuesta de rediseño del plan de trabajo

## **Resultados y Conclusiones**

Las CPA como estrategia de innovación educativa en el nivel superior contribuye no sólo a la formación profesional de cualquier perfil universitario, a partir de aprendizajes multi e interdisciplinarios desde el diálogo y colaboración, sino también a la formación integral del estudiante universitario, al permitir el desarrollo de aprendizajes profesionales y personales.

De manera general, en el área de las ciencias básicas e ingenierías se han implementado modelos curriculares basados fuertemente en la formación disciplinar, se ha privilegiado la especialización, incluso, la hiperdisciplina. En concordancia con ello, las

prácticas de formación en lo general, han estado vinculadas y orientada al logros de los fines. Sin embargo, y de acuerdo a lo que se ha planteado, es pertinente repensar en nuevas prácticas, estrategias, métodos, recursos, que pretendan en buena medida una formación integral que es demandada no solo al exterior de las instituciones de educación superior, sino al interior de la misma.

El replanteamiento de la Transversalidad en la Universidad Autónoma de Nayarit, a través de los Ejes Transversales incorporados en los proyectos curriculares, representan una clara oportunidad para vincular la propuesta de implementación de CPA. Los Ejes Transversales obedecen a la realidad problémica social, educativa, económica y política. En ello, las CPA pueden contribuir desde los aprendizajes, conclusiones y propuestas interdisciplinarias a partir del diálogo y reflexión permanente.

Con lo expuesto, queda de manifiesto la importancia de posicionar a las CPA como una estrategia que se suma a los esfuerzos institucionales por contribuir, desde diferentes frentes, a la formación integral de los estudiantes. Las necesidades actuales de nuevos profesionistas confirman constantemente que se demandan personas antes que expertos en campos del conocimiento. El dominio de la disciplina es insuficiente ante los nuevos escenarios. Adquiere relevancia contar con perfiles de seres humanos capaces de hacer frente a problemas sociales relevantes.

## Referencias

Alcedo, A. Chacón, M. (2014). Las comunidades de aprendizaje: estrategia de desarrollo profesional de los docentes de inglés. *Educere*. Vol. 18, núm. 61, pp. 483-494 Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.

Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión de Los Estados Unidos Mexicanos (2021). Ley General de Educación Superior. Diario Oficial de la Federación. Recuperado de [http://dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=5616253&fecha=20/04/2021](http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5616253&fecha=20/04/2021)

Flores, M. Bailey, J. Torres, C. (2021). Liderazgo docente en comunidades profesionales de aprendizaje: Estudio de caso de dos escuelas públicas en México. *Revista Electrónica Educare*. Recuperado de [https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S140942582021000100055&script=sci\\_arttext&tlng=es](https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S140942582021000100055&script=sci_arttext&tlng=es)

García, I. Higuera, L. Martínez, E. (2018). Hacia la Implantación de Comunidades Profesionales de Aprendizaje Mediante un Liderazgo Distribuido. Una Revisión Sistemática. REICE, *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6372009>

Krichesky G. Murillo J. (2011). Las comunidades profesionales de aprendizaje. Una estrategia de mejora para una nueva concepción de escuela. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Volumen 9, Número 1.

Orozco, L. (2009). La Formación Integral. Mito y Realidad. *Universitas, Revista de Ciencias Sociales y Humanas*, núm. 10. Pp. 161-186.

Pensando, M. Ramírez, Y. González, O. (2017). La Formación Integral de los Estudiantes Universitarios: una perspectiva de análisis de sus áreas de interés. Universidad Veracruzana.

Ruiz, L. (2007). Formación integral: desarrollo intelectual, emocional, social y ético de los estudiantes. *Revista Universidad de Sonora*, núm. 19. Pp. 11-13.

Universidad Autónoma de Nayarit. (2016). Plan de Desarrollo Institucional de la Universidad Autónoma de Nayarit 2016-2020. UAN.



**Revista MICA.**  
**Volumen 4 No. 7**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Enero – Junio de 2021**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 17 - 24**  
**Recibido: Febrero 27 de 2021**  
**Aprobado: Junio 02 de 2021**

## **Las raíces complejas a través de Moivre**

## **Complex roots through Moivre**

### **Autores**

**Miguel Angel López Santana**  
**Universidad Autónoma de Nayarit**  
[miguel.lopez@uan.edu.mx](mailto:miguel.lopez@uan.edu.mx)

**Anabel Gómez Valdivia**  
**Universidad de Guadalajara**  
[anabel.gvaldivia@academicos.udg.mx](mailto:anabel.gvaldivia@academicos.udg.mx)

## Las raíces complejas a través de Moivre

### Complex roots through Moivre

#### Resumen

Esta investigación tiene como propósito mostrar las cualidades y beneficios del cálculo de raíces complejas por el método de Moivre. En la cual mediante el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), hoy en día es más fácil y sencillo el proceso de solución por este método. Se presenta la solución a un ejercicio de ecuación diferencial homogénea, en la cual con su fórmula se obtienen las raíces reales y complejas.

**Palabras clave:** Raíces, Ecuaciones Diferenciales, Numero Complejo, Numero Real, Función Multivaluada.

#### Abstract

The purpose of this research is to show the qualities and benefits of calculating complex roots by the Moivre method. In which, through the use of Information and Communication Technologies (TICs), today the solution process by this method is easier and simpler. The solution to an exercise of homogeneous differential equation is presented, in which with its formula the real and complex roots are obtained.

**Keywords:** Roots, Differentia Equations, Complex Number, Real Number, Multivalued Function.

#### Introducción

En esta investigación se da a conocer la fórmula del matemático británico de origen francés Moivre para calcular potencias de un número complejo  $z^n$ , establece que si un número complejo  $z = r(\cos x + i \operatorname{sen} x)$  entonces  $z^n = r^n(\cos nx + i \operatorname{sen} nx)$ , en donde  $n$  pueden ser enteros positivos, negativos y números fraccionarios.

Abraham de Moivre nació en Vitry-le-François, Champagne, Francia el 26 de mayo de 1667 y murió en Londres el 27 de noviembre de 1754. Se dice que en sus orígenes su padre era cirujano, y de familia humilde. Aunque su religión fue de tipo protestante, aun así, obtuvo sus

primeras enseñanzas en una escuela católica, en Vitry. Posteriormente, a la edad de 11 años, estudio en la academia protestante en Sedan, donde pasó 4 años aprendiendo el idioma griego. En 1682 el gobierno cierra esa academia, su siguiente paso en su educación fue a Saumur donde estudió lógica hasta 1684. Coincide que en esa época estudió matemáticas por su cuenta, leyéndose un tratado de Huygens. Posteriormente su familia se muda a Paris, y ahí Abraham pasa al Collège de Harcourt, donde estudia física y matemáticas. En el año 1685, Louis XIV revoca el edicto de Nantes y comienza la persecución religiosa a los protestantes. Se produce la expulsión de los hugonotes. De Moivre marcha a Londres, donde se convierte en instructor privado de matemáticas. Enseñando también en los cafés. El destino lo lleva en esa época estudiar el “Principia Matemática” de Newton, libro recién publicado e intenta sin éxito obtener una plaza de profesor de matemáticas en alguna universidad. Sin embargo, sus investigaciones si tienen éxito, conoce personalmente a Newton. En marzo de 1695, Halley comunica su primer artículo titulado Method of fluxions a la Royal Society. Siendo elegido, en 1697, miembro de dicha sociedad. En 1710, de Moivre fue designado, por ser una persona estimada por Newton, para la comisión de la Royal Society que debía estudiar las reclamaciones de Leibniz como descubridor del cálculo antes que Newton. Así la Royal Society obtuvo la respuesta que esperaba. Moivre, uno de los científicos matemáticos del siglo XVIII pionero en el desarrollo de la geometría analítica y la teoría de la probabilidad, quizá su más significativa contribución en esta última área, fue la aproximación a la distribución binomial con un gran número de pruebas, pero no fue hasta 1730 cuando estableció la relación trigonométrica para el cálculo de raíces complejas. Moivre es famoso también por predecir el día de su muerte, mediante un cálculo en el que incluía el tiempo que dormía diariamente, de esta manera se dio cuenta de que cada día dormía 15 minutos más, usando una regresión aritmética determino que moriría el día que durmiera 24 horas.

## **Justificación**

Este método es de tipo iterativo, lo cual puede ser tedioso su cálculo, pero con el uso actual de la tecnología como el Smartphone, Tablet, PC, Laptop, en las cuales se puede programar el método, con aplicaciones o software la hoja de cálculo de Excel. Con la tecnología actual utilizar este método es más práctico y sencillo.

## **Soporte Teórico**

El método de Moivre fue enunciado por el matemático en el año 1730, este método asocia números complejos con trigonometría, además de ser necesario aplicar procesos fundamentales del

álgebra. La asociación está dada por medio de las expresiones del seno y coseno, creando una fórmula con la que es posible elevar un número complejo  $z$  a una potencia  $n$ , que es un número entero positivo mayor o igual a 1. (D'Alessio 2021)

Todo número complejo no nulo tiene exactamente  $n$  raíces complejas de orden  $n$ . Si se tiene un número complejo en la forma polar  $z = r\Theta$ , donde  $r$  es el módulo del número complejo  $z$ , y el ángulo  $\Theta$  es llamado amplitud o argumento de cualquier número complejo con  $0 \leq \Theta \leq 2\pi$ , para calcular su  $n$ -ésima potencia no será necesario multiplicarlo por sí mismo  $n$ -veces; es decir, no es necesario realizar el siguiente producto:

$$Z_n = z * z * z * \dots * z = r\Theta * r\Theta * r\Theta * \dots * r\Theta \quad n\text{-veces.}$$

Por el contrario, el teorema dice que, al escribir  $z$  en su forma trigonométrica, para calcular la  $n$ -ésima potencia se procede de la siguiente forma:

$$\text{Si } z = r (\cos \Theta + i * \text{sen } \Theta) \text{ entonces } z^n = r^n (\cos n*\Theta + i * \text{sen } n*\Theta).$$

## Metodología

En esta investigación se realizarán

## Objetivo

Calcular las raíces reales y complejas por el método de Abraham de Moivre.

## Hipótesis

El empleo del método de Abraham de Moivre, es una herramienta práctica.

## Solución a un ejercicio

En la siguiente ecuación diferencial homogénea (orden ocho), se pide su solución a través de los coeficientes constantes.

$$y^{(8)} - y = 0$$

Entonces para calcular las raíces reales y complejas de esta ecuación, se usará la fórmula de Moivre. Ahora se efectúa el cambio de variable equivalentes, es decir, se cambia las variables diferenciales “ $y$ ” por términos algebraicos como “ $m$ ”.

$$m^8 = y^{(8)} \quad \Rightarrow \quad m^8 - 1 = 0$$

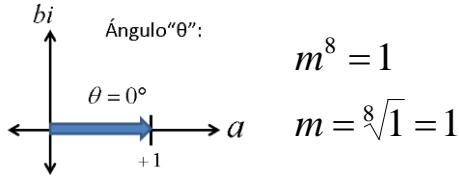
A continuación, la fórmula de Abraham de Moivre:

$$z^{1/n} = |z|^{1/n} \left[ \cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$$

En donde se tomará los valores:

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

Como se despejó “m” y es igual a la unidad positiva, es por lo tanto un numero real y su grafica en un plano complejo, nos da un ángulo igual a cero.



Ahora calcularemos las raíces, en este ejercicio son ocho en total (Los cálculos se harán con la calculadora en modo degree).

En el cálculo “n=0”, para “z” uno:

$$z_1 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(0)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{0^\circ + 2(0)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_1 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{0^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_1 = (1)[1 + 0] = \boxed{1}$$

En el cálculo “n=1”, para “z” dos:

$$z_2 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(1)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{0^\circ + 2(1)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_2 = (1) \left[ \cos\left(\frac{360^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{360^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_2 = (1) [\cos(45^\circ) + i \operatorname{isen}(45^\circ)] = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

En el cálculo “n=2”, para “z” tres:

$$z_3 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(2)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{0^\circ + 2(2)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_3 = (1) \left[ \cos\left(\frac{720^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{720^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_3 = (1) [\cos(90^\circ) + i \operatorname{isen}(90^\circ)] = (1)[0 + i] = \boxed{+i}$$

En el cálculo “n=3”, para “z” cuatro:

$$z_4 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(3)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{isen}\left(\frac{0^\circ + 2(3)180^\circ}{8}\right) \right]$$



$$z_4 = (1) \left[ \cos\left(\frac{1080^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{1080^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_4 = (1) \left[ \cos(135^\circ) + i \operatorname{sen}(135^\circ) \right] = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

En el cálculo “n=4”, para “z” cinco:

$$z_5 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(4)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{0^\circ + 2(4)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_5 = (1) \left[ \cos\left(\frac{1440^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{1440^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_5 = (1) \left[ \cos(180^\circ) + i \operatorname{sen}(180^\circ) \right] = (1)[-1 + 0] = \boxed{-1}$$

En el cálculo “n=5”, para “z” seis:

$$z_6 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(5)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{0^\circ + 2(5)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_6 = (1) \left[ \cos\left(\frac{1800^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{1800^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_6 = (1) \left[ \cos(225^\circ) + i \operatorname{sen}(225^\circ) \right] = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

En el cálculo “n=6”, para “z” siete:

$$z_7 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(6)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{0^\circ + 2(6)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_7 = (1) \left[ \cos\left(\frac{2160^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{2160^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_7 = (1) \left[ \cos(270^\circ) + i \operatorname{sen}(270^\circ) \right] = (1)[0 + i] = \boxed{-i}$$

En el cálculo “n=7”, para “z” ocho:

$$z_8 = (1) \left[ \cos\left(\frac{0^\circ + 2(7)180^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{0^\circ + 2(7)180^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_8 = (1) \left[ \cos\left(\frac{2520^\circ}{8}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{2520^\circ}{8}\right) \right]$$

$$z_8 = (1) \left[ \cos(315^\circ) + i \operatorname{sen}(315^\circ) \right] = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

Una vez calculadas todas las raíces de la ecuación diferencial homogénea, se procede a escribir su solución. Se tiene raíces reales y complejas.

Calculando las soluciones homogéneas para raíces complejas:

$$Y_h = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \operatorname{sen} \beta x)$$

Calculando las soluciones homogéneas para raíces reales:

$$Y_h = C_1 e^{(m_1)x} + C_2 e^{(m_2)x} + \dots + C_n e^{(m_n)x}$$

Calculando las raíces reales:

$$Y_h = C_1 e^{(1)x} + C_2 e^{(-1)x}$$

$$Y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

Calculando las raíces complejas:

Los valores de alfa y beta:

$$\alpha = 0 \quad \beta = 1$$

$$Y_h = e^{(0)x} (C_3 \cos(1)x + C_4 \operatorname{sen}(1)x)$$

$$Y_h = C_3 \cos x + C_4 \operatorname{sen} x$$

$$\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Y_h = e^{(-\sqrt{2}/2)x} \left( C_5 \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) + C_6 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) \right)$$

$$Y_h = e^{-\sqrt{2}x/2} C_5 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + e^{-\sqrt{2}x/2} C_6 \operatorname{sen} \frac{\sqrt{2}x}{2}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Y_h = e^{(\sqrt{2}/2)x} \left( C_7 \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) + C_8 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) \right)$$

$$Y_h = e^{\sqrt{2}x/2} C_7 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + e^{\sqrt{2}x/2} C_8 \operatorname{sen} \frac{\sqrt{2}x}{2}$$

La solución general homogénea queda:

$$Yh = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 \cos x + C_4 \operatorname{sen} x + e^{-\sqrt{2}x/2} C_5 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + e^{-\sqrt{2}x/2} C_6 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + e^{\sqrt{2}x/2} C_7 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + e^{\sqrt{2}x/2} C_8 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2}$$

## Conclusiones

En este ejercicio se puede analizar, el proceso iterativo por el método de Bairstow, en la cual los usos de las TICs facilitan mucho su cálculo. Podemos observar que la tecnología llegó al rescate de este tipo de métodos, los cuales tenían la desventaja de ser muy tediosos de calcular a mano.

## Bibliografía

- Bartolomé, A. (1989). Nuevas Tecnologías y Enseñanza. Barcelona Editorial Graos
- Cabero, J., (1996 febrero) Nuevas Tecnologías, Comunicación Y Educación Universidad de Sevilla Edutec. núm. 1 [Revista Electrónica de Tecnología Educativa] disponible en [www.uib.es/depart/dcweb/revelec1.html](http://www.uib.es/depart/dcweb/revelec1.html) [consultado enero 10, 2001]
- Índice Revista Estadística y Sociedad (2010) Num.42 “Quien es quien” Abraham de Moivre p2, disponible en <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/254191> [consultado noviembre 10, 2020]
- D'Alessio Torres, Vincenzo Jesús. (25 de febrero de 2021). Teorema de Moivre. Lifeder. Recuperado de <https://www.lifeder.com/teorema-moivre/>.



**Revista MICA.**  
**Volumen 4 No. 7**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Enero – Junio 2021**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 25 - 36**  
**Recibido: Abril 12 de 2021**  
**Aprobado: Mayo 30 de 2021**

**Las Razones Trigonómicas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.**

**Trigonometric Ratios at the high school level. Applications in social needs.**

Fabiola Del Carmen Medina Herrera  
Fabiola.medina@uan.edu.mx

Juan Felipe Flores Robles  
juan.f10res@hotmail.com

## **Las Razones Trigonométricas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.**

### **Trigonometric Ratios at the high school level. Applications in social needs.**

#### **Resumen**

La presente investigación surge de la necesidad que se presenta en los estudiantes del segundo semestre de la Unidad Académica Preparatoria No.11 de Ruiz, Nayarit, puesto que los alumnos no identifican las Razones Trigonométricas en su contexto y solamente se limitan a desarrollar algoritmos. La intención es diseñar una secuencia didáctica que sea atractiva y los lleve a salir del aula. Con todo lo anterior se pretende que los estudiantes den sentido a este tema al dar solución dentro de la secuencia a una necesidad en el municipio de Ruiz, las rampas para personas con capacidades diferentes en el área motriz. Todo se va a realizar basándose en la Teoría de la Socio-epistemología de la Matemática Educativa.

**Palabras clave:** razones trigonométricas, contexto, Socio-epistemología, secuencia didáctica.

#### **Abstract**

The present research arises from the need that arises in the students of the second semester of the Academic Preparatory Unit No.11 of Ruiz, Nayarit, since the students do not identify the Trigonometric Ratios in their context and only limit themselves to develop algorithms. The intention is to design a didactic sequence that is attractive and takes them out of the classroom. With all of the above, it is intended that students give meaning to this topic by giving a solution within the sequence to a need in the municipality of Ruiz, the ramps for people with different abilities in the motor area. Everything is going to be done based on the Theory of the Socio-epistemology of Educational Mathematics.

**Key words:** trigonometric ratios, context, Socio-epistemology, didactic sequence.

### **Introducción**

Arboleda, Echeverri, Valencia (2015) afirman que “a través del tiempo las matemáticas han sido generadoras de grandes problemáticas en los estudiantes, donde sólo la aprenden bien aquellos que sienten un gusto por ella” (p.2), se necesita promover en los estudiantes el gusto por ella, identificar y abatir las problemáticas que se presentan día a día para de esta forma tener una buena aceptación.

En los estudiantes del segundo semestre de la Unidad Académica Preparatoria No11, ubicada en Ruiz Nayarit, se identificó que no saben de qué manera o dónde están presentes las Razones Trigonométricas en su contexto y es de importancia puedan identificarlas ya que la Trigonometría es muy útil en la vida porque nos permite calcular alturas, calcular distancias y medir ángulos. Al tomar en cuenta esta problemática es

momento de cambiar esquemas y rediseñar el discurso Matemático Escolar con base en prácticas sociales (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015).

Es por esta razón que no se debe olvidar que las matemáticas están dentro de la cultura y precisamente surgen de las necesidades mismas del ser humano. Desde que se nace, se tiene la noción del tiempo. Se utilizan en los oficios; cuando se construye una casa, cuando se fabrica un mueble, al hornear un postre, al elaborar un remedio. En el comercio, al vender y comprar. En la siembra. Cuando los niños juegan.

Montalvo (2012) afirma que “es importante diversificar las estrategias de enseñanza, sólo de esta manera lograremos una mejor comprensión por parte de los alumnos, ya que la comprensión no se logra en un poco de tiempo, y no hay una sola forma de aprender” (p.150), por lo tanto, se deben buscar nuevas alternativas para mejorar la enseñanza en los estudiantes y de esta forma encuentren sentido en lo aprendido dentro del salón de clases.

Como docente una alternativa es empezar por rediseñar el discurso matemático escolar y de esta forma dejar de enfocarse únicamente en enseñar los algoritmos aritméticos y algebraicos. Poner mayor atención al desarrollo de la parte Geométrica ya que de ahí parte la Trigonometría, para que de esta manera el estudiante pueda percatarse de la relación y uso entre los contenidos y el medio en que se desenvuelve y así logre vincular este objeto matemático dentro de su contexto para darle sentido.

Respecto a lo anterior Montalvo (2012) menciona que “la trigonometría es una materia un tanto árida para muchos alumnos cuando se sigue una clase con una dinámica tradicional: el maestro quiere explicar todo en el pizarrón” (p. 132). Se toma en cuenta esto para salir de lo tradicional y, a partir de las actividades, involucrar al estudiante como un actor activo y propositivo en la construcción del conocimiento.

De igual manera, Becerra, Morales, Urrutia y Gómez (2014) constatan que “muchos profesores de matemáticas de grado décimo usan las razones trigonométricas como herramientas para solucionar ejercicios de resolución de triángulos, aplicados a problemas, sin tener en cuenta el contexto del estudiante” (p.359).

Atendiendo estas problemáticas, es necesario tomar en cuenta el contexto puesto que los estudiantes al observarlo en alguna actividad de su día a día podrán constatar su utilidad y la relación de la matemática con su vida al poder resignificar los contenidos tratados en el aula, teniendo sentido para ellos.

Tal como afirman Fernández, Ruiz y Rico (2016) “las matemáticas contrastan su significado cuando las nociones y conceptos se piensan con plenitud de sentido, cuando proporcionan variedad de modos de uso, cuando organizan fenómenos y proporcionan respuestas a problemas en contexto, en situaciones individuales y sociales” (p. 56). Cuando

los estudiantes encuentran en las matemáticas la solución a problemas de su contexto se cambia la percepción que se tiene sobre ellas.

En base a esta problemática se establece como objetivo general:

- Analizar cómo las Razones Trigonométricas tienen una relación dentro del contexto para el aprendizaje de los estudiantes.

Para llevarlo a cabo se establecieron estos objetivos específicos:

- Implementar una secuencia que involucre la problemática sobre la construcción de la rampa en el contexto.
- Generar una evaluación diagnóstica y una evaluación final a través de instrumentos.
- Comparar el uso de las Razones Trigonométricas en relación a los aprendizajes iniciales y su relación con el contexto.

### **Delimitación**

Se realizó un estudio exploratorio con alumnos de la Unidad Académica Preparatoria No11 donde se observó que, si bien identifican un triángulo rectángulo, sus ángulos agudos, catetos e hipotenusa, no comprenden las definiciones de las Razones Trigonométricas directas y no identifican dónde las pueden utilizar dentro del contexto.

El estudio se va a realizar con estudiantes de la Unidad Académica Preparatoria No11, la cual se encuentra ubicada en el municipio de Ruiz. Este municipio se localiza en la región norte-central del estado de Nayarit. Actualmente el municipio cuenta con 36,990 habitantes, contando dentro de la cabecera municipal y sus comunidades. En la escuela se cuenta con un total de 300 alumnos inscritos en los 3 grados.

Para llevar a cabo el objetivo de la investigación se va a trabajar con alumnos del 1C, se va a realizar una secuencia donde los estudiantes resignifiquen las Razones Trigonométricas dentro de su contexto. Es por esto que tomando en cuenta una necesidad presente en el municipio se aprovecha como área de oportunidad para hacer uso de las aplicaciones de las Razones Trigonométricas ya que podrán trabajar con algo tangible para ellos. Si tomamos en cuenta los libros de texto se observan ejemplos que están alejados de la realidad donde comúnmente se desenvuelven los estudiantes, objetos o lugares que no conocen o nunca han tenido contacto con ellos.

A través de la secuencia didáctica se pretende proponer dar solución a una necesidad del contexto puesto que en la entrada a la presidencia municipal de Ruiz se requiere construir una rampa con espacio y medidas adecuados para que no se obstruya el tránsito de personas.

En la entrada a la presidencia municipal en Ruiz Nayarit, todos los días se pone y quita una rampa de metal que no cuenta con las medidas reglamentarias establecidas en la NORMA Oficial Mexicana NOM-233-SSA1-2003 la cual aparece en la definición 6.1.3.2 “En obras exteriores como plazas y banquetas considerar rampas para cambio de nivel en piso, con dimensiones mínimas de 1.00 m de ancho, pendiente no mayor de 8.0% para un peralte de 0.16 m y de 6.0% para desniveles mayores de dos peraltes o 0.32 m, con acabado antiderrapante, de color contrastante que indique su presencia y señalización, conforme a lo señalado en el numeral 6.2 de esta Norma”(p.3).



Ilustración 1. Entrada a la presidencia municipal en Ruiz Nayarit. Fuente: construcción propia.

Se puede observar que los espacios no son los adecuados para tener la rampa de esa forma puesto que el ancho abarca más de la mitad de la banqueta y si alguna persona con capacidades diferentes en el área motriz viene por el lado contrario, frente a la rampa pues no puede pasar ni mucho menos acceder a las oficinas de la presidencia municipal, es por esta razón que es necesario mover esa rampa y construir una adecuada.

De esta investigación surge la pregunta de investigación:

- ¿Cuál es la relación en el aprendizaje de los estudiantes al hacer uso de las aplicaciones de las Razones Trigonométricas para dar solución a una necesidad del contexto?

Como preguntas secundarias:

- ¿Cómo los estudiantes podrían relacionar las Razones Trigonométricas en su contexto?
- ¿De qué manera pueden los estudiantes identificar las Razones Trigonométricas en su contexto?

Surge la siguiente hipótesis o supuesto teórico



Los estudiantes logran aplicar las Razones Trigonométricas cuando las relacionan con su contexto.

### **Revisión bibliográfica (marco teórico)**

La trigonometría se puede entender como la rama de la matemática dedicada al estudio de los triángulos y las relaciones que hay entre sus elementos. Etimológicamente se refiere a “la medida de los triángulos” (García, Rodríguez y Preciado 2017).

En relación al cómo se abordan estos contenidos dentro del aula de clases Abonia y Miranda (2017) señalan que

Una de las problemáticas en el estudio de las Razones Trigonométricas se refleja cuando se aplican patrones de enseñanza que necesitan de un proceso memorístico rutinario y mecánico, sin ningún sentido ni utilidad; de esta manera algunos de los estudiantes no adquieren las habilidades necesarias; por consiguiente, se ven afectados los objetivos de aprendizaje deseados en estos objetos matemáticos. (p.13)

En gran porcentaje, los estudiantes de nivel medio superior mecanizan algoritmos para resolver triángulos rectángulos, pero no comprenden más allá en la aplicación, uso y sentido de los mismos. Es por esta razón que se toma como base para esta investigación la Teoría Socio-epistemológica de la Matemática Educativa. Puesto que, para ella, como mencionan Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel (2014) “el problema mayor en el ámbito educativo es que los estudiantes, en tanto ciudadanos, disfruten y participen de la cultura matemática enraizada en sus propias vidas” (p. 93). Las matemáticas han estado presentes en nuestras vidas desde el inicio de los tiempos y es momento de rescatar y darle sentido a los conceptos matemáticos dentro de la sociedad.

La Teoría Socio-epistemológica de la Matemática Educativa surge en un intento por explicar la relación entre mente, saber y cultura en el campo de las Matemáticas apoyándose en la noción de práctica social. (Cantoral 2013, p.19).

Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini (2015) comentan que

Actualmente la Socio-epistemología postula que, para atender la complejidad de la naturaleza del saber matemático y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social, se debe problematizar al saber situándolo en el entorno de la vida del aprendiz, lo que exige del rediseño del discurso Matemático Escolar con base en prácticas sociales. (p.10)

Con lo anterior, toda vez que los estudiantes vean una necesidad social que los lleve a relacionar y encontrar el sentido de las matemáticas dentro de su vida se puede romper con los esquemas que tradicionalmente se han presentado en relación con esta materia y de esta manera lograr el rediseño del discurso Matemático Escolar.

Estudios revisados acerca de la Socio-epistemología:

Montiel (2005) realizó un estudio socio-epistemológico de la función trigonométrica, estudió la evolución del conocimiento e ideas en la historia que les permitió encontrar las circunstancias, los escenarios, los medios, que posibilitaron la emergencia de la función trigonométrica y con base en ello plantearon su construcción social. “La tesis socio-epistemológica que sostienen asume que el concepto de función trigonométrica sólo puede derivarse de la evolución de una cierta problemática situada “(p. 100).

En su trabajo de investigación sigue el principio de problematizar al saber, localizando y analizando su uso y su razón de ser. Eligió el contexto de origen del saber para localizar cuales eran las prácticas de referencia que lo producen la práctica social que lo induce. Identificaron tres prácticas de referencia a las que denominaron como: la matematización de la astronomía, la matematización de la física y la matematización de la transferencia de calor (p. 104). Todas reguladas por las prácticas sociales de anticipación, predicción y formalización.

Este estudio socio-epistemológico sirve de referencia para esta investigación puesto que se analiza desde donde surge la trigonometría, que es el objeto problema en cuestión. Así mismo, se puedan identificar que prácticas son de utilidad para realizar el estudio y se logre el objetivo planteado.

Buendía y Montiel (2009) realizan un análisis de los usos del conocimiento matemático. De tal forma se dan cuenta que éste no está conformado por conceptos y estructuraciones conceptuales de forma aisladas, sino que representa una articulación gestada al seno del desarrollo de ciertas prácticas. Para ellas, en la socio-epistemología los aspectos históricos permiten conformar una base de significados para el conocimiento matemático y para su introducción, también significativa y articulada, al sistema didáctico. La socio-epistemología favorece el reconocimiento del carácter social de la matemática donde este es entendido como las circunstancias que generan conocimiento matemático.

De este análisis sirve a esta investigación para tomar en cuenta que el conocimiento matemático no se conforma sólo de conceptos, si no que a lo largo de la historia ha estado en estrecha relación con ciertas prácticas, las cuales han surgido de las necesidades sociales mismas a las que el ser humano se ha enfrentado para hacer matemáticas.

Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini (2015) hacen un análisis para distinguir la trigonometría de lo trigonométrico, es decir el objeto de la práctica. Atienden a qué es enseñar y qué es aprender trigonometría. Se descentran del objeto para centrarse en la práctica y así atender la construcción de la relación, la funcionalidad y la formalidad trigonométricas y sus respectivos desarrollos del pensamiento geométrico-proporcional, funcional-variacional y abstracto-formal; en contraste con la visión tradicional sobre el aprendizaje de la razón, la función y la serie. De ahí la distinción entre hablar de lo trigonométrico y no de la Trigonometría.

De este análisis se apoya esta investigación para lograr delimitar la diferencia entre lo trigonométrico y la Trigonometría, puesto que es la problemática que lleva a este estudio, si bien se dominan o se conocen los significados sobre las razones trigonométricas se deben conocer también significados sobre lo que es lo trigonométrico para cumplir con el objetivo de darle sentido.

Farfán, Hinojos y Romero (2020) realizan una reflexión teórica que busca contribuir a la forma en cómo se presenta la fundamentación de los diseños de intervención en Socio-epistemología, concretamente lo relacionado con las situaciones de aprendizaje. En Socio-epistemología la problematización del saber matemático juega un papel importante en la

construcción de principios de diseño en marcos de dominio específico, pues es a partir de ésta que se proponen rediseños del discurso Matemático Escolar, plasmados principalmente en diseños de intervención.

Esta reflexión resulta de utilidad para este estudio ya que se pretende realizar una secuencia atendiendo a la teoría Socio-epistemológica, será el punto de partida para realizar un buen rediseño del discurso Matemático Escolar y de esta forma llegar a que los estudiantes logren darle sentido al objeto matemático dentro del contexto.

### **Metodología**

La metodología está basada en la Ingeniería Didáctica de Artigue (1998) que consta de 4 fases:

1.- Fase de análisis preliminares. Para la concepción de una ingeniería didáctica son necesarios análisis preliminares respecto al cuadro teórico didáctico general y sobre los conocimientos didácticos adquiridos y relacionados con el tema. Se realiza teniendo en cuenta los objetivos de la investigación.

El estudio se va realizar con estudiantes del 1<sup>o</sup>C, de nivel medio superior, de la Unidad Académica Preparatoria No.11, la cual pertenece a la Universidad Autónoma de Nayarit y se encuentra ubicada en el municipio de Ruiz, Nayarit. Se toma como base la Teoría de la Socio-epistemología. Se realizó una revisión bibliográfica y análisis de estudios relacionados al tema de Razones Trigonómicas en el contexto.

2.- Fase de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas. En esta segunda fase el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema que no estén fijadas por las restricciones. Estas son las variables de comando que él percibe como pertinentes con relación al problema estudiado.

Se realizó un estudio exploratorio a priori del cual se observó la problemática que los estudiantes no identifican donde están las razones trigonométricas en el entorno.

Aún no se diseña la secuencia de reforzamiento para abatir la problemática encontrada.

3.- Fase de experimentación. Es la fase de la realización de la ingeniería con una cierta población de estudiantes. Esa etapa se inicia en el momento en que se da el contacto investigador/profesor/observador con la población de los estudiantes objeto de la investigación.

4.- Fase de análisis a posteriori y evaluación. Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones.

### **Resultados y Conclusiones**

Esta investigación aún se encuentra en desarrollo por lo cual se presentan sólo avances.

Con la realización de ésta se espera permita en los estudiantes :

- Conocer e identificar las Razones Trigonómicas y aplicarlas al relacionarlas con el contexto, de esta forma se podrá dar sentido a lo aprendido.
- En base a una práctica social dentro de la comunidad, al reflexionar sobre como dar solución, siendo un actor activo para construir su conocimiento Trigonómico.
- Constatar y rescatar la transversalidad de las matemáticas con otras disciplinas, de esta forma se puede indentificar que las matemáticas si tienen relación con la física, la ética, con la sociología y otras.
- Generar el interés y gusto por las matemáticas al reconocer su uso porque de esta manera los estudiantes podrán responder la interrogante que con frecuencia se escucha en el aula, “¿y eso para qué me va a servir?” “¿dónde lo voy a utilizar?” “No puedo ir a la tienda y pedir un coseno de A, una tangente de B”, etc.
- Proponer dar solución a una necesidad social, para realizar un aporte y beneficio a la comunidad y así generar en el estudiante el sentido de pertenencia social.

Se va a diseñar una secuencia didáctica para llevar a los estudiantes a través de la resignificación de las Razones Trigonómicas a proponer y decidir cuál es la propuesta adecuada para la implemetación de la rampa y de esta forma podrán ver como la aplicación de las matemáticas contribuye al desarrollo de su comunidad. Al considerar lo anterior se espera que las matemáticas tengan sentido en la vida de los estudiantes.

### **Referencias**

Abonia, L. F., & Miranda, W. S. (2017). Un acercamiento histórico a las razones trigonométricas seno y coseno para la implementación de una actividad en el aula. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/11099/>

Arboleda, A.E., Echeverri Pérez, L.M., Valencia Arboleda, A.M., (2015). Factores que inciden en el aprendizaje de los conceptos básicos en el área de matemáticas de los

niños y niñas del grado segundo del Centro Educativo Hogar Jesús Redentor.  
Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/11114/1/Valencia2015Factores.pdf>

- Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L., & Gómez, P. (2014). Razones trigonométricas. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1895/>
- Buendía, G., Montiel, G. (2009) Acercamiento Socio-epistemológico a la historia de las funciones trigonométricas. CICATA-IPN, Legaria. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/263077032\\_Acercamiento\\_socioepistemologico\\_a\\_la\\_historia\\_de\\_las\\_funciones\\_trigonometricas](https://www.researchgate.net/publication/263077032_Acercamiento_socioepistemologico_a_la_historia_de_las_funciones_trigonometricas)
- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Barcelona: Gedisa.
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, matemáticas y realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, 7(3), 91-116. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/6813/>
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18(1), 5-17. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362015000100001&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362015000100001&script=sci_arttext)
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. Avances de Investigación en Educación Matemática, (8), 9-28. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5672145>
- De Faria Campos, E. (2006) “Ingeniería Didáctica” Cuadernos de investigación y formación en Matemática Educativa. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6887/6573/>
- Farfán Márquez, R., M., Hinojos Ramos, J. E., Romero Fonseca, F., W. (2020). Principios de diseños de tareas en Socio-epistemología. Revista de investigación educativa de la Rediech. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/338958456\\_Principios\\_de\\_diseno\\_de\\_tareas\\_en\\_Socioepistemologia](https://www.researchgate.net/publication/338958456_Principios_de_diseno_de_tareas_en_Socioepistemologia)
- Fernández, E. M., Hidalgo, J. F. R., & Rico, L. (2016). Significado escolar de las razones trigonométricas elementales. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 34(3), 51-71. Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/314145>
- García, N. Rodríguez, S. y Sánchez, A. (2017). Matemáticas II. Editorial Umbral.
- Montalvo, R. (2012). Historia de la trigonometría y su enseñanza. Recuperado

- Montiel Espinosa, G. (2005). Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica. Tesis Doctoral. Recuperado de [https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/montiel\\_2005.pdf](https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/montiel_2005.pdf)
- Montiel, G., Scholz, O. A., (2015) Construcción de significados de las Razones Trigonométricas en el contexto geométrico del círculo. Instituto de Educación Media Superior. Cinvestav-IP. (México). Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/280530878\\_CONSTRUCCION\\_DE\\_SIGNIFICADOS\\_DE\\_LAS\\_RAZONES\\_TRIGONOMETRICAS\\_EN\\_EL\\_CONTEXTO\\_GEOMETRICO\\_DEL\\_CIRCULO](https://www.researchgate.net/publication/280530878_CONSTRUCCION_DE_SIGNIFICADOS_DE_LAS_RAZONES_TRIGONOMETRICAS_EN_EL_CONTEXTO_GEOMETRICO_DEL_CIRCULO)



**Revista MICA.**  
**Volumen 4 No. 7**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Enero – Junio 2021**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 37 - 53**  
**Recibido: Mayo 02 de 2021**  
**Aprobado: Junio 25 de 2021**

**Estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra en estudiantes universitarios,  
basada en el trabajo colaborativo**

**Didactic strategy for teaching algebra in university students, based on  
collaborative work**

**David Zamora Caloca**  
david.zamora@uan.edu.mx

**José Trinidad Ulloa Ibarra**  
jtulloa@uan.edu.mx

**María Inés Ortega Arcega**  
maria.arcega@uan.edu.mx



## **Estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra en estudiantes universitarios, basada en el trabajo colaborativo**

### **Didactic strategy for teaching algebra in university students, based on collaborative work**

#### **Resumen**

La presente investigación tiene como objetivo el identificar estrategias didácticas para la enseñanza del álgebra en estudiantes universitarios con base en el trabajo colaborativo, ubicados en la ciudad de Tepic, Nayarit. El enfoque es cuantitativo, con diseño descriptivo, en cuanto al instrumento de investigación empleado, este fue el cuestionario, de los resultados procesados se determinaron fortalezas, debilidades y oportunidades que pueden aprovecharse de manera que se identifiquen formas de enseñar esta asignatura.

**Palabras clave:** Estrategia didáctica, estudiante universitario, trabajo colaborativo.

#### **Abstract**

The present research aims to identify didactic strategies for teaching algebra in university students based on collaborative work, located in the city of Tepic, Nayarit. The approach is quantitative, with a descriptive design, in terms of the research instrument used, this was the questionnaire, strengths, weaknesses and opportunities were determined from the processed results that can be used so that ways of teaching this subject are identified.

**Keywords:** Didactic strategy, university student, collaborative work.

#### **Introducción**

El álgebra representa un conocimiento fundamental para los estudiantes de licenciatura de cualquier profesión. Esta disciplina es una unidad de aprendizaje obligatoria en los diferentes niveles educativos, cursar esta asignatura garantiza el desarrollo de matemáticas más complejas. Además, favorece el pensamiento lógico, facilita el pensamiento abstracto, desarrollo en los alumnos de nivel superior la habilidad de visualizar conceptos y relaciones complejas como resultado de crear y comprender representaciones gráficas.

De acuerdo con Salazar y Bahena (2018) el álgebra representa una de las ramas de las matemáticas que estudia la cantidad del modo más general, se caracteriza por utilizar símbolos para representar números, letras y signos en fórmulas y ecuaciones. Implica la funcionalidad de éstos y la manera de aplicarlos. Ésta se emplea en todas las ciencias, como, por ejemplo, la física, la química, la estadística, la medicina, la sociología, el derecho, la administración, las ingenierías, la psicología, etc.

Uno de los aspectos relevantes del estudio del álgebra como lo afirman Salazar y Bahena (2018), radia en el desarrollo de las destrezas lógicas, que inciden directamente en el pensamiento abstracto, el cual Ochoa et al. (2005), considera como la capacidad de una persona para captar los elementos esenciales de un problema, de una situación particular, en general de las cosas, así como de las propiedades comunes de éstas, permitiéndole a éste, desmenuzar, describir y evaluar situaciones que se le presenten, facilitándole la toma de decisiones, implicando cursos de acción más conscientes y con mejores resultados.

El aprendizaje de las matemáticas resulta todo un reto en cada uno de los grados de estudio que una persona va cursando, los docentes plantean diversas situaciones que deben enfrentar para lograr la comprensión y aplicación de esta disciplina, las problemáticas tienen su origen en distintos ámbitos, pueden ser, desde un escenario biológico como es la dislexia, discapacidad de la memoria, dificultades de audición, trastorno del déficit de atención o hiperactividad, o bien, malos hábitos de estudio, deficiente enseñanza de esta materia en años anteriores, hasta la incompatibilidad de carácter entre docente y estudiante.

La investigadora Zamorano (2015) desarrolló un trabajo desde la perspectiva de la función del docente al momento de enseñar álgebra, en las que denomina a las problemáticas como contingencias y las clasifica de la siguiente manera:

**Improvisación.** – Esta implica que el profesor debe tener presente que no es posible anticiparse a todas las situaciones que se presentarán en el aula al momento de desarrollar algunos de los temas de aprendizaje, por lo tanto, caerá en la improvisación, esto puede ser provocado por una pregunta, una contribución, un ejemplo, etc., lo que lleva al docente a prepararse a situaciones de este tipo.

**Señalamientos.** – Los docentes presentan una alta disposición por señalar y exponer los errores de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje del álgebra, y en contraparte, una gestión muy lenta para establecer mecanismos que le permitan interpretar el significado de las equivocaciones de los alumnos.

**Continuidad limitada.** – Los estudiantes universitarios tienen una visión limitada sobre las funcionalidades del álgebra, debido principalmente a la manera mecánica de aprender esta disciplina en años anteriores. Esto significa que, aun cuando el profesor prepare muy bien los ejercicios, materiales y recursos teóricos, el no considerar lo pasado con lo actual, dificultará el desarrollo de los contenidos del programa de estudio de esta materia, pues la continuidad no se presentará y muchos de los procesos de aprendizaje comenzarán con replanteamientos nuevos, en lugar de evolucionar.

Los investigadores Bahamonde y Vicuña (2011), establecen que el aprendizaje del álgebra como una de las ramas de las matemáticas es compleja, que requiere de cierta madurez del estudiante para que le sea posible alcanzar el desarrollo cognitivo necesario que pueda sustentar el aprendizaje de esta disciplina. Las complicaciones para su aprendizaje en estudiantes de licenciatura pueden ser diversas, algunas de las más comunes las clasifican de la siguiente manera:

**Problemas con la estructuración de experiencias matemáticas.** – El aprendizaje de las matemáticas como es el álgebra, requiere de conocimientos secuenciales y continuos, ya que unos se apoyan en otros. Cuando algún concepto, el planteamiento de una ecuación o su desarrollo, no se comprenden del todo por el estudiante, deja un hueco, un vacío, que dificultará la resolución de planteamiento posteriores.

**Dificultad en la resolución de problemas.** – Esta situación se presencia con relativa frecuencia, debido principalmente a que, al estudiante se le complica la comprensión del problema que debe resolver, las causas de esto pueden ser diversas como, por ejemplo, deficiencia en la decodificación, un vocabulario limitado, confusión en las indicaciones, inseguridad del propio alumno, etc., por lo que el profesor se debe preparar de manera que pueda anticipar estos escenarios y actuar en consecuencia.

La resolución de problemas comienza con una correcta comprensión de la problemática planteada, esto significa, que es necesaria la interpretación y definición de éste. En el caso de las matemáticas, los problemas algebraicos involucran datos, símbolos, incógnitas, generación de variables, etc., de manera que pueda construirse una ecuación que de solución a la situación planteada.

**Complejidad de los conceptos.** – Una realidad presente en la enseñanza del álgebra es que los conceptos son complejos, es por esto que, los docentes que no tienen presente esta característica, experimentarían muchas dificultades para lograr la comprensión de los estudiantes de esta disciplina. Lo deseable sería que el maestro se dedicase el tiempo de analizar diferentes maneras en las que podría lograr la apropiación de los conocimientos por parte de los participantes, tres maneras de lograr esto sería a través de analogías, abstracciones y argumentos.

La enseñanza del álgebra para estudiantes de licenciatura, como se ha planteado hasta este momento, presenta una serie de retos que el profesor tendrá que sortear, pues esta disciplina puede causar perturbaciones emocionales en los alumnos como es la ansiedad, inseguridad, estrés, etc., debido a su propia naturaleza, pues esta ciencia es precisa, es exacta, no tiene ambigüedades, solo hay correcto e incorrecto, no existen los puntos medios, posee un grado alto de abstracción y generalización, es impersonal y pareciera ausente de procesos creativos y de iniciativas personales. Es por esto que, el objetivo de esta investigación es la de definir estrategias didácticas para la enseñanza del álgebra en estudiantes universitarios, basada en el trabajo colaborativo.

### **Situación problemática**

Los estudiantes de licenciatura deberían considerar el trabajo colaborativo como la estrategia de enseñanza para asignaturas como el álgebra como una prioridad, pues al trabajar en equipo incrementan sus niveles de confianza, su motivación por lograr los objetivos, las contribuciones definitivamente favorecerán el desarrollo de habilidades, se lograrán los objetivos en menos tiempo y con menos errores, sin embargo, al optar por el trabajo individual, por un trabajo aislado, cada tarea llevará más tiempo, la definición de

espacios y tiempo de trabajo no serán claros, se experimentará soledad y la posibilidad de conseguir las metas trazadas será menor.

De acuerdo con Ruíz y Bárcenas (2019) las contribuciones efectuadas durante las relaciones interpersonales son de suma importancia durante los procesos de formación, más aún, cuando se cursan asignaturas como es el álgebra en el nivel superior, ya que éstas permiten la consecución de los objetivos educativos durante el desarrollo de los contenidos temáticos de esta asignatura. Sin embargo, un estudio hecho a estudiantes de licenciatura de la ciudad de Tepic, Nayarit, revela que los alumnos de este nivel tienen poca disposición por ayudar a sus compañeros y es la misma situación al trabajar en equipo. Lo cual disminuye la motivación y dificulta el cumplimiento de metas.

Para los investigadores Zúñiga y Rojas (2012) el trabajo colaborativo debe partir de sus principios básicos, que es el que los alumnos trabajen activamente juntos, con la intención de aprender, de convertirse en corresponsables del aprendizaje de sus compañeros y del propio. Sin embargo, los estudiantes de licenciatura de la ciudad de Tepic, prefieren trabajar en forma individual y consideran que cada persona debe hacerse responsable de su propio aprendizaje sin involucrar a sus compañeros.

Una situación problemática más se presenta con el planteamiento de Escarbajal (2016), ya considera que el trabajo colaborativo sustenta el constructivismo, el cual establece dentro de sus dimensiones, la necesidad de conocimientos y experiencias previas de los participantes, para la asimilación de conceptos nuevos, el desarrollo de esquemas y planteamientos de situaciones particulares. Cuando los participantes no están dispuestos a trabajar de manera colaborativa, los procesos de enseñanza aprendizaje para la asignatura del álgebra, así como de cualquier otra materia, dificultará el desarrollo de los contenidos temáticos del programa de estudio.

### **Antecedentes**

De acuerdo con la tesis de Trujillo (2015) el aprendizaje colaborativo es un método eficaz para la enseñanza de materias como es el álgebra en el nivel superior. Establece que esta manera de asimilar conceptos, definiciones, técnicas, etc., es muy superior a la manera individual, pues la sinergia que se provoca por las experiencias, habilidades adquiridas,

entre otras más, al combinarse entre compañeros se obtienen resultados mayores a los que arrojaría en forma aislada, sin embargo, las estrategias para implementarse en este método deberán surgir de un análisis previo del comportamiento de los estudiantes para determinar el modo de proceder.

Para Rengifo (2017) el trabajo colaborativo en estudiantes de nivel superior, influye en los procesos de aprendizaje en una dimensión cognitiva, procedimental y actitudinal, pues favorece el que los estudiantes se integren y aprendan en equipo, éstos pueden mejorar notablemente las relaciones sociales e interpersonales de los integrantes, estrechando lazos de amistad, respeto, honestidad, solidaridad y responsabilidad. Para implementar esta metodología de trabajo, es necesario un estudio previo del equipo o en este caso, de los estudiantes de nivel superior para definir la manera más apropiada de implementar esta forma de trabajar en el aula, con el fin de obtener mejores resultados.

Con base en lo que establece Tupia (2015) el trabajo colaborativo en el nivel superior, mejora los resultados académicos en los participantes, debido a que esta técnica didáctica promueve el aprendizaje centrado en el estudiante, pero en equipos de trabajos, donde los integrantes poseen distintos niveles de conocimientos, experiencias y habilidades, que se combinarán en la búsqueda de mejores resultados. Pero como todo proceso para la integración de equipos, es necesario establecer las premisas con base en un análisis previo, para la definición de la estrategia que se implementará para utilizar esta metodología.

### **Objetivo**

La presente investigación tiene como objetivo el identificar estrategias didácticas para la enseñanza del álgebra en estudiantes universitarios con base en el trabajo colaborativo, ubicados en la ciudad de Tepic, Nayarit. La información generada para el desarrollo de este documento se tomo de alumnos de nivel superior de este municipio. Las preguntas de investigación fueron:

¿Cuáles son las principales fortalezas y debilidades del estudiante de nivel superior para utilizar el método de trabajo colaborativo como una estrategia para el aprendizaje de la asignatura del álgebra?

¿Qué oportunidades o elementos le son favorables al estudiante de nivel superior para utilizar el método de trabajo colaborativo como una estrategia para el aprendizaje de la asignatura del álgebra?

## **Materiales y método**

### **Estrategias didácticas**

Para Litwin (2019) la didáctica se puede conceptualizar como el arte de enseñar o bien como la capacidad de direccionar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Ésta forma parte de la pedagogía la cual fundamenta las distintas metodologías, métodos, técnicas y acciones que resulten eficaces en el proceder para llevar a los alumnos a la progresiva adquisición, asimilación, comprensión y aplicación de los conocimientos. En cuanto a las estrategias didácticas son definitivas en la manera en la que se desarrollarán los contenidos temáticos de una asignatura como lo es el álgebra en las universidades, éstas se pueden entender como los procedimientos orientados hacia la enseñanza, mismos que se convierten en una guía en el desarrollo de actividades tendientes a lograr el objetivo de estudio plasmado en los planes de clase del profesor.

En cuanto a Ventosa (2017) las estrategias didácticas se pueden entender como las tareas previamente planificadas por el profesor y descritas en su plan de clase, para lograr que el estudiante pueda construir conocimientos nuevos, lo cual involucra aproximaciones continuas que van desde descripciones significativas, análisis y síntesis. Este tipo de estrategias, podría definirse como un procedimiento orientado al logro de los aprendizajes. La aplicación de éstas requiere de práctica y observación de resultados, de manera que en cada ocasión se desarrollen mejor y con mejores resultados.

### **Álgebra**

En cuanto al álgebra para Carpinteyro y Sánchez (2014) establecen que ésta representa una rama de las matemáticas enfocada en el estudio de cantidades del modo más general posible. Cursar esta asignatura en las universidades es importante pues desarrolla destrezas lógicas y favorece el pensamiento abstracto, facilita la comprensión de problemas, la utilización símbolos y su aplicación a cualquier área de conocimientos, así como de la vida diaria. El lenguaje y formas de comunicación se amplían, así como la manera de hacer planteamientos más exactos.

Del mismo modo Cabanne (2008) establece que el álgebra es una de las principales ramas de las matemáticas, donde el objetivo de estudio de esta asignatura en el nivel superior, son las estructuras abstractas operando bajo patrones fijos, dentro de los cuales hay número, cantidades, letras, signos y operaciones. Esta rama, es posible que sea la de mayores aplicaciones, puede representar situaciones de la vida real, determinar contextos cotidianos para toda personas física o moral como son los presupuestos, costos, ganancias, riesgos, proporciones, incidencias, etc.

### **Estudiante universitario**

En cuanto a los estudiantes universitarios para López (2020) éste debe entenderse como aquel individuo dedicado a la adquisición, asimilación, puesta en práctica e incluso enseñar a los demás, aquellos conocimientos obtenidos de una o varias áreas del conocimiento. Éste debe ser una persona dedicada a la actividad de estudiar, pues su principal función es la de aprender, lo que de manera natural lo ubica en el centro de los procesos de enseñanza aprendizaje definidor por el profesor.

Para Villó y Casanova (2018) los estudiantes universitarios tienen funciones definidas durante su paso por las aulas, una característica de éstos es una actitud positiva, ser organizados, disposición por trabajar en equipo, perseverar, desarrollar disciplina, tener la confianza para hacer preguntas durante las clases, asistir a todas sus asignaturas y favorecer el desarrollo de las estructuras mentales, partiendo del desarrollo de las diversas actividades académicas. Unidades de aprendizaje como es el álgebra, posibilitan todos estos aspectos, pues desarrolla destrezas lógicas y pensamiento abstracto que tienen una



aplicación universal, le facilita la definición de problemas, la estructuración de soluciones y la evaluación de situaciones.

### **Trabajo colaborativo**

Con respecto al aprendizaje colaborativo los especialistas Bilbao y Velasco (2014) consideran que éste invita a los universitarios a sumar esfuerzos para obtener mejores resultados educativos. Unidades de aprendizaje como el álgebra requiere de este tipo de estrategias, pues la base se fundamenta en la interacción, aportación de conocimientos, habilidades, experiencias y esfuerzos, lo que lleva ineludiblemente al logro de objetivos. Al cursar este tipo de materias los alumnos necesitan del apoyo de otros compañeros que les faciliten la asimilación de datos teóricos, así como las diferentes maneras de resolver los planteamientos algebraicos.

Para Delgado (2015) el trabajo colaborativo existe cuando dos o más personas se reúnen para lograr un fin común, mediante el intercambio de opiniones, ideas, conocimientos, experiencias y esfuerzos. Actuar de esta manera, es mucho más que trabajar en equipo, pues los estudiantes que participan se responsabilizan del aprendizaje de sus compañeros y aprenden a enfocarse en los objetivos preestablecidos, se convierten en un grupo flexible, capaz de optimizar tiempos y mejorar resultados, favorecer la comunicación y aumentar la motivación por resolver tareas asignadas por el maestro. Asignaturas como el álgebra requieren de mucho trabajo colaborativo, pues la sinergia facilitará el correcto desarrollo de los contenidos temáticos del programa de estudio de esta materia, así como el progreso de las competencias de los participantes.

### **Enfoque, método, diseño, población y muestra**

De acuerdo con Baena (2017) la investigación tiene un enfoque cuantitativo, pues los datos obtenidos tienen un tratamiento estadístico para una mejor interpretación, en cuanto al diseño este es tipo descriptivo, pues puntualiza las principales características de la población de estudio. En cuanto a la población, ésta se compone de estudiantes de nivel superior ubicados en la ciudad de Tepic, los cuales son aproximadamente 20,800, de esto se estimo una muestra de 68 personas a las cuales se aplicaron los instrumentos de investigación.

## **Instrumento de investigación**

Como instrumento de investigación se utilizó el cuestionario, que de acuerdo con Lerma (2016) éste se entiende como un documento formado por un conjunto de preguntas, de manera que las respuestas generen la información necesaria para el desarrollo de una investigación. La aplicación de este, se hizo a los estudiantes universitarios en distintos horarios por medio de enlaces en línea. Para esto, primero se explicó el objetivo y posteriormente se dio lectura a cada uno de los cuestionamientos y se registró cada respuesta.

## **Resultados y discusiones**

Los resultados obtenidos del cuestionario aplicado a los universitarios para determinar los elementos que permitan identificar el trabajo colaborativo como la base para la definición de estrategias que favorezcan el aprendizaje de la asignatura del álgebra, se presentan en la figura 1.

El instrumento consta de siete preguntas de opción, relacionadas con los principios del trabajo colaborativo en función de la unidad de aprendizaje del álgebra y las posibles respuestas a cada cuestionamiento son alto, medio y bajo, cada persona que respondió, sólo podía elegir una de las respuestas.

Una vez capturada la información y procesados los datos, para facilitar la interpretación, se colocó en cada uno de los espacios de las opciones de respuesta, de cada una de las preguntas, el porcentaje resultante de la aplicación del cuestionario a los estudiantes de nivel superior. A continuación, se exponen los resultados:

Tabla 1.  
Cuestionario sobre el trabajo colaborativo.

Preguntas	Alto	Medio	Bajo
¿Qué tan dispuesto estas en apoyar a los compañeros que no comprenden algún concepto o tarea a realizar de la asignatura de álgebra?	11%	17%	72%
Si usted pudiera elegir, ¿qué tan dispuesto estaría de trabajar en equipo y no de manera individual en las clases de álgebra?	15%	78%	7%
¿Qué tanta responsabilidad considera que tiene usted, sobre el aprendizaje de sus compañeros en la materia de álgebra?	0%	2%	98%
Cuando le ha tocado trabajar en equipo en la materia de álgebra ¿qué tanto participa en la toma de decisiones del equipo?	31%	53%	16%
Cuando has trabajado en equipo en la materia de álgebra ¿qué tanto cumples con las tareas y responsabilidades que te tocan?	25%	61%	14%
Si alguno de tus compañeros necesita de tú apoyo para realizar una tarea o comprender algún concepto de la materia de álgebra ¿qué tan dispuesto estás a ayudar?	12%	81%	7%
Cuando trabajas en equipo en la materia de álgebra, generalmente ¿qué tan buena actitud de trabajar tienes?	81%	15%	4%

Fuente: elaboración propia.

Cómo lo muestra la Tabla 1, los alumnos de nivel superior ubicados en la ciudad de Tepic, muestran algunas fortalezas sobre el trabajo colaborativo. Comenzando con la buena actitud hacia el trabajo que deben desarrollar en equipo en la clase de álgebra, pues de acuerdo con los resultados el 81% de los que respondieron consideran tener una actitud positiva alta. Esto es importante pues, la disposición de interactuar y compartir es mucho mayor, de lo que se infiere que se obtendrán más resultados. Además, esto implica interés por lograr que los integrantes se involucren, se comuniquen y se apoyen.

La segunda pregunta plantea que de poder elegir ¿Qué tan dispuesto estaría a trabajar en equipo y no de manera individual? Los resultados indican que el 78% tiene una disposición media de elegir trabajar en equipo, lo cual es importante, porque significa que la intención está presente y con ello se favorecen los procesos de comunicación, de toma de decisiones, de administrarse, de autorregularse y de evaluarse en función de objetivos comunes, con respecto de las actividades a desarrollar en unidad de aprendizaje del álgebra.

En cuanto a la participación en la toma de decisiones la encuesta establece que el 53% tiene una participación media y el 31% tiene una participación alta, lo cual se puede considerar como una fortaleza, ya que indica que se exponen distintos puntos de vista, que se aceptan opiniones diferentes, se presentan posibles soluciones, se evalúan las alternativas y se elige una de éstas. Estos elementos generan por sí mismos, mayor información, conocimientos más complejos y desarrollo de habilidades, llevando a los alumnos a un mejor desempeño en la materia de álgebra.

La disposición por apoyar a un compañero en lo particular, sobre una problemática específica se puede considerar como una fortaleza, pues la pregunta seis planea, en caso de que alguno de los compañeros necesite ayuda para realizar una tarea o comprender algún concepto ¿qué tan dispuesto está en ayudar? Los resultados indican que el 81% tiene una disposición media y el 12% una disposición alta. La sola intención es importante y determinante para la consecución de objetivos e implementación de procedimientos para una mejor asimilación de conocimientos del álgebra de manera individual y grupal, pues el trabajo colaborativo representa una manera de lograrlo y la actitud, representa el tomar la decisión de hacerlo.

En contraparte algunas de las debilidades que se exponen en los estudiantes de nivel superior son varias en cuanto al trabajo en equipo, una de ellas es la disposición por apoyar a los compañeros -de manera grupal- que no comprenden algún concepto o tarea a realizar de la asignatura de álgebra, pues los resultados indican que el 72% tiene una disposición baja de ayudar en este sentido. La poca paciencia y las herramientas para auxiliar a otros son limitadas, lo que termina por desmotivar las buenas intenciones y concluyen sugiriendo recurrir a videotutoriales o bien, preguntarle a otra persona.

Una fuerte debilidad presente en los estudiantes del nivel superior, básicamente en la totalidad de los que respondieron el cuestionario corresponde a la tercera pregunta, la que plantea que tanta responsabilidad considera que tiene sobre el aprendizaje del álgebra de sus compañeros, los resultados muestran que el 98% dice tener una responsabilidad baja. El trabajo colaborativo requiere de corresponsabilidades, todos deben preocuparse y ocuparse del aprendizaje de todos, de esta manera se detonará mediante la sinergia de conocimientos

y experiencias, los procesos creativos y de innovación para la resolución de problemas y asimilación de conocimientos.

El cumplimiento total de las tareas y responsabilidades asignadas a los alumnos de manera individual o como parte del trabajo en equipo son fundamentales en el desarrollo académico de éstos. La encuesta muestra que el 61% tiene un cumplimiento medio y el 14% un cumplimiento bajo en cuanto al desarrollo de los trabajos de la materia de álgebra, lo que lleva a considerar por un lado la mala organización de cada uno de los integrantes, una inadecuada comunicación, limitado uso de herramientas y deficientes hábitos de estudio, de manera que la combinación de estos elementos arrojan resultados poco deseables y con ello, una bajo aprovechamiento de los contenidos temáticos de esta materia de estudio.

Las oportunidades y los medios de los cuales el profesor se puede valer para implementar estrategias de trabajo colaborativo para la enseñanza del álgebra en estudiantes de nivel superior, ubicados en la ciudad de Tepic, son muchas, por ejemplo, el uso de tecnologías durante el desarrollo de las clases, el uso de plataformas educativas, la utilización de páginas colaborativas, el desarrollo de materiales, la elaboración de cuadernillos de trabajo, el diseño de presentaciones, la adecuación de dinámicas de trabajo grupal, todas ellas encaminadas a lograr una mejor asimilación de los contenidos temáticos del programa de estudio de la materia de álgebra.

Con base en las debilidades y fortalezas identificadas en los estudiantes de nivel superior en cuanto al trabajo colaborativo, así como las oportunidades o medios de los que se puede valer el profesor para favorecer el aprendizaje de la materia de álgebra por medio del trabajo colaborativo, éstas se pueden establecer en dos bloques que son:

Trabajar en equipos. – Como lo muestran los resultados, para un mejor desempeño de los equipos de trabajo con respecto de la materia de álgebra en el nivel superior, es necesario que el profesor sea el responsable de integrar los equipos, que les apoye dejando claro el objetivo que deben cumplir, el número de participantes se sugiere que sea de cuatro a cinco personas, debe conducirlos para que elijan a un responsable y asignar roles a cada

uno de ellos independientemente de las interacciones que se presenten y toma de decisiones que deban hacer.

Dinámicas de trabajo en equipo. – Para un mejor aprovechamiento de los contenidos temáticos de la materia de álgebra y ya que esta puede representar situaciones de la vida cotidiana, se sugiere que el profesor adecue dinámicas de trabajo en equipo, como por ejemplo, romper el hielo, el estudio de casos, reunión semanal, mesa redonda, entre otras más, esto además de favorecer el logro académico, mejorará la comunicación y respeto entre los participantes, así como también, sensibilizará a los estudiantes en la utilización de metodologías, técnicas y herramientas para diversos fines.

Las estrategias de aprendizaje implícitas en estos dos bloques, son una guía flexible y sensata para alcanzar los objetivos de estudio de la materia de álgebra, cada una de éstas implica la utilización de técnicas, herramientas, materiales, etc., necesarios para el correcto desarrollo de las actividades y con ello el logro de los objetivos.

### **Conclusiones**

Como lo muestra la investigación las principales fortalezas de los estudiantes de nivel superior en cuanto al trabajo colaborativo respecto de la asignatura de álgebra, se centran en cuatro aspectos que son, primero la buena actitud hacia el trabajo en equipo lo que resulta fundamental en el logro de resultados académicos; el segundo es la intención de trabajar en equipo, es decir, si dependiera del estudiante, éste tendería a elegir el trabajo en equipo, lo cual es importante para desarrollo de cualquier actividad académica; la tercera es una participación activa en la toma de decisiones, lo que lleva a comunicarse, escucharse, definir opciones y elegir una alternativa, además de evaluar los resultados; y la cuarta fortaleza es disposición de apoyar a un compañero -de manera individual- que no ha comprendido del todo lo que deben desarrollar o bien, un conocimiento teórico expuesto por el profesor o que han identificado en alguno de los libros de texto o de consulta, pues esto, representa una de las bases del trabajo colaborativo y garantiza mejores resultados escolares.

En cuanto a las debilidades que presentan los estudiantes universitarios ubicados en la ciudad de Tepic, con respecto del trabajo colaborativo en cuando al desarrollo de la materia de álgebra, se concentran en tres, la primera consiste en que la disposición por orientar y explicar a los compañeros de su equipo -de manera grupal- conceptos, problemas, etc., de la materia de álgebra es baja, no así, cuando se trata de uno solo, pero las posibilidades de auxiliar a todos es escasa por diversas razones, que van desde la falta de herramientas para hacerlo, hasta la falta de motivación por conseguirlo; la segunda es considerar que al trabajar de manera colaborativa, la responsabilidad de lograr que los demás aprendan sobre álgebra es ajena a cada participante, la realidad es que debe existir una corresponsabilidad en cuanto a la asimilación de conocimientos al desarrollar las actividades de esta materia; la tercera debilidad, consiste en un cumplimiento deficiente de compromisos y tareas asignadas, esto lleva a la división, disgustos, entorpece la comunicación, etc.

Finalmente es claro que el profesor cuenta con muchos medios y herramientas para favorecer la enseñanza del álgebra como son las plataformas educativas, *software* especializados, materiales, presentaciones, calculadoras, entre otros más, y las estrategias que pueden favorecer la enseñanza del álgebra es el promover el trabajo en equipo y el diseño e implementación de dinámicas de trabajo en equipo.

## Referencias

- Baena, G. (2017). Metodología de investigación. México: Patria.
- Bahamonde, S., y Vicuña, J. (2011). Resolución de problemas matemáticos. (tesis de licenciatura). Chile: Universidad de Magallanes.
- Bilbao R, M. y Velasco P. (2014). Aprendizaje Cooperativo- Colaborativo. México: Trillas.
- Cabanne, N. (2008). Didáctica de la matemática. ¿Cómo aprender? ¿Cómo enseñar? Argentina: Bonum.
- Carpinteyro, E., y Sánchez, R. (2014). Álgebra. México: Patria
- Delgado K. (2015). Aprendizaje colaborativo, teoría y práctica. Colombia: Magisterio.
- Escarbajal, A. (2016). Interculturalidad, mediación y trabajo en equipo. España: Narcea.

- Lerma, H. (2016). Metodología de investigación. Propuesta, anteproyecto y proyecto. (Ed. 5ª). Colombia: ECOE.
- Litwin, E. (2019). Las configuraciones didácticas. Una nueva agenda para la enseñanza superior. Argentina: PAIDOS.
- López, J. (2020). De estudiante a estudiante: ¿cómo ser un estudiante universitario éxitos? Chicago: *Independently Published*
- Ochoa, M., González, A., Neri, G., Martínez, J., Martínez, G., Márquez, L., Ramos, R., y González. (2005). México: Umbral.
- Rengifo, S. (2017). El aprendizaje colaborativo y su influencia en el logro del aprendizaje en el curso de contabilidad de instituciones financieras de una universidad pública de la región de Huánuco. (tesis de maestría). Perú: Universidad Peruana Cayetano Heredia.
- Ruíz, E., y Bárcenas, J. (2019). Trabajo colaborativo en entornos virtuales. México: SOMECE
- Salazar, L., y Bahena, H. (2018). Algebra. México: Patria
- Trujillo, C. (2015). Aprendizaje cooperativo e individual en el rendimiento académico en estudiantes universitarios: una meta-análisis. (tesis de doctorado). Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Tupia, M. (2015). Efectos de la aplicación de una metodología de enseñanza activa, pertinente y heurística en el aprendizaje de la matemática financiera. Perú: Universidad Mayor de San Marcos.
- Vega, A. (2016). Enseñanza del algebra a través de la formación progresiva (tesis de licenciatura). México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Ventosa, V. (2017). Didáctica de la participación. Teoría, metodología y práctica. España: Narcea
- Villó, C., y Casanova, R. (2018). La motivación del estudiante universitario a través de la innovación docente. España: Huygens.
- Zamorano, A. (2015). La práctica de la enseñanza de las matemáticas a través de las situaciones de contingencia. (tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.
- Zúñiga, J., y Rojas, Y. (2012). Trabajo colaborativo. Alternativa para elevar los aprendizajes. España: Académica Española.





**Revista MICA.**  
**Volumen 4 No. 7**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Enero – Junio 2021**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 54 -64**  
**Recibido: Mayo 25 de 2021**  
**Aprobado: Junio 21 de 2021**

**Propuesta didáctica para el aprendizaje de las fracciones en alumnos de primero de secundaria.**

**Use of the Origami technique to generate processes of mathematical understanding and dissemination**

Martin Alberto Correa Ortega  
Instituto Michoacano de Ciencias de la Educación  
“José María Morelos”  
correamartin305@gmail.com

Nidia Dolores Uribe Olivares  
Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de  
Servicios No. 100  
nidiadolores.uribe.cb100@dgeti.sems.gob.mx

Nadia Sarahi Uribe Olivares  
Universidad Autónoma de Nayarit  
nadia.uribe@uan.edu.mx

## **Propuesta didáctica para el aprendizaje de las fracciones en alumnos de primero de secundaria.**

### **Didactic proposal for the learning of fractions in first year high school students.**

#### **Resumen**

La presente investigación tiene como propósito y tema principal en las fracciones, a través de este trabajo se quiere tener una nueva manera de resolver fracciones, esto a través de una propuesta didáctica que ayude a docentes y alumnos a tener una nueva visión para las fracciones. La teoría utilizada para este trabajo es de las situaciones didácticas de Brousseau (1997), con dicha teoría queremos que los estudiantes muestren más interés sobre este tema, sabemos que las fracciones son unos de los temas más complicados de las matemáticas, agregando que los estudiantes van entrando a un nuevo nivel educativo (secundaria) dónde posiblemente no conocen a muchas personas, tiene maestros nuevos, todo esto hace una conjunción que no todos los estudiantes lograr llevar de una manera iniciando el ciclo escolar.

**Palabras clave:** Fracciones, propuesta didáctica, matemáticas.

#### **Abstract**

This research has as its main purpose and theme in fractions, through this work we want to have a new way of solving fractions, this through a didactic proposal that helps teachers and students to have a new vision for fractions. The theory used for this work is from the didactic situations of Brousseau (1997), with this theory we want students to show more interest on this topic, we know that fractions are one of the most complicated topics in mathematics, adding that students They are entering a new educational level (secondary) where they possibly do not know many people, they have new teachers, all this makes a conjunction that not all students manage to carry in a way at the beginning of the school year.

**Keywords:** Fractions, didactic proposal, mathematics.

#### **Introducción**

Durante el inicio de la vida estudiantil los niños y niñas presentan dificultades para tanto para usar y representar fracciones, esas dificultades se presentan también en la vida cotidiana, Fandiño (2009), Fuenlabrada (1996).

Las fracciones son un tema que tiene inicio en la educación primaria, a partir de 4to año aproximadamente, pero en esos años no se ven con la profundidad necesaria para tener un aprendizaje.

Ante esto, al llegar a la secundaria se ven reflejados esa falta de habilidades suficientes, así que una propuesta didáctica puede ser una herramienta útil para el maestro (además es especialista en la materia) y los alumnos para tener un mejor desarrollo durante este tema.

Entonces con la implementación de una propuesta didáctica que fomente el análisis y reflexión que lleve a los alumnos a la construcción de su propio conocimiento, esto generará aprendizajes en la práctica docente.

Parte fundamental de la propuesta didáctica es la utilización de material lúdico, entre los que se encuentran las regletas de Cuisenaire, fichas de fracciones y el tangram, que además son parte primordial de acuerdo a la teoría que sustenta la investigación.

### **Marco teórico**

La teoría de situaciones didácticas por Brousseau (1997) fue diseñada para establecer una relación entre estudiante-profesor y medio didáctico, en el cual “desarrolla la construcción de un conocimiento nuevo cuando el profesor provee el medio didáctico y el estudiante se enfrenta a él para la construcción del saber” (citado en Chavarría, 2006).

Dentro de esta teoría se trabajará con los conceptos básicos que lo envuelven como lo son:

- **Medio didáctico:** El medio didáctico comienza desde el momento en que el profesor diseña la actividad, teniendo en cuenta las necesidades y condiciones que se requieren para el desarrollo del tema. Durante el proceso de una situación didáctica se puede analizar cómo el estudiante aborda el tema, cómo piensa y enfrenta decisiones acerca de la resolución de problemas relacionados.
- **Situación didáctica:** Es un conjunto de interrelaciones en la que intervienen el profesor, el estudiante y un medio didáctico y es preparada o construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado
- **Situación a-didáctica:** Es el proceso donde solo interviene el estudiante y el medio. El profesor le plantea al estudiante un problema contextualizado y el alumno es capaz de poner en funcionamiento y utilizar por sí mismo sus conocimientos previos

sin la intervención directa o indirecta del profesor, sobre el conocimiento que se pretende que el estudiante adquiera.

- **Devolución:** Es una etapa esencial en el juego didáctico. Es la acción mediante la cual el profesor transfiere al alumno un problema o la realización de alguna tarea con relación a un determinado conocimiento, aceptando él la responsabilidad de esta transferencia.
- **Variable didáctica:** Son aquellos elementos que son susceptibles de tomar diferentes valores y que, al tomarlos provocan cambios y hacen variar las estrategias de solución del conocimiento matemático, para llegar a construir el saber nuevo. Se llama variable didáctica si sus valores pueden ser manipulados (fijados o cambiados) por el profesor.
- **Contrato didáctico:** Es un sistema de obligaciones recíprocas entre profesor y alumno referentes al conocimiento matemático que se busca enseñar. Comprende un conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y comportamientos que el alumno espera del profesor, que regula el funcionamiento de la clase definiendo los roles y la repartición de tarea.

### **Antecedentes**

Los egipcios (1900 a. C) fueron los privilegiados en dar uso por primera vez a las fracciones, pero sólo aquellas de la forma  $1/n$  o las que pueden obtenerse como combinación de ellas.

Los Egipcios utilizaron las fracciones cuyo numerador es 1 y cuyo denominador es 2, 3,4... y las fracciones  $2/3$  y  $3/4$  y con ellas conseguían hacer cálculos fraccionarios de todo tipo. Y se les llamaba por el nombre de “FRACCIONES UNITARIAS”, es decir, las fracciones cuyo numerador es 1. Los egipcios utilizaban jeroglíficos para representar las fracciones, estos aparecían en los papiros.

Según Boyer C. (1968) el papiro de Ahmes encontrado de 1958 en una ciudad comercial del Nilo por el anticuario escocés Henry Rhind , expresa algunas costumbres que utilizaban los Egipcios para representar fracciones, por ejemplo a la fracción  $2/3$  le asignaban un papel importante en sus cálculos aritméticos, conocían y utilizaban de que dos

tercios de una fracción unitaria  $1/n$  era igual a la suma de las dos fracciones unitarias  $1/2n$  y  $1/6n$  y para descomponer números de la forma  $2/n$  sugieren una tabla seguida de otra  $n/10$ , para  $n$  de 1 a 9 en la que estas fracciones son descompuestas en términos de las unitarias y de la fracción  $2/3$ .

En el nivel básico, en la materia de matemáticas uno de los temas principales son las fracciones, este tema tiene tal importancia que existen muchas investigaciones a nivel internacional, ejemplos son los trabajos de Perera y Valdemoros (2007), reconocen que las fracciones son de los contenidos que tienen dificultad tanto para su enseñanza y su aprendizaje, esto principalmente en el nivel primaria y secundaria.

Fandiño (2005) reconoce que la noción de la fracción y sus operaciones son los contenidos abordados y estudiados en la Matemática Educativa debido a que representan una de las áreas principales en el ámbito de dificultad en las escuelas, además también existen errores típicos hechos por los estudiantes, entre ellos son: Ordenar fracciones, operaciones entre fracciones, manejar la equivalencia, simplificar fracciones, utilizar figuras no adecuadas.

El error es parte clave del desarrollo del conocimiento científico, los errores son definidos como la capacidad de considerar conceptos como verdaderos y hacer procedimientos que no están desarrollados convenientemente, aquí incluyen interpretaciones y justificaciones falsas. (Abrete et al., 2006).

De la misma forma, existe una preocupación desde hace muchos años por parte del docente, esto debido a la presencia de los errores sistemáticos que aparecen en la construcción del conocimiento matemáticos. A partir de este suceso el incluir actividades que inciten la reflexión sobre sus propios resultados, tener el reconocimiento de esos errores por parte de los alumnos para así poder superarlos y obtener un aprendizaje.

Freudenthal (1983) muestra que enfocar las fracciones desde el subconstructo de “parte-todo” es algo limitado. La didáctica tradicional de la aritmética se limita a este enfoque, mayoritariamente incluso en el sentido restringido de la división del pastel. Tras estas divisiones concretas del pastel en fracciones propias sólo se introduce inmediatamente

al estudiante en la división de cantidades y valores de magnitudes presentados de manera abstracta.

Existe relación entre el desempeño de los alumnos y la manera en cómo comprende el concepto de fracción, esta propuesta De León (1996) Fandiño, (2009) afirman, desde hace más de tres décadas, ciertos autores muestran detrás del concepto de fracción, existen varios significados, por lo tanto, genera confusión, si se agrega que se mantiene el concepto de fracción visto desde primaria por muchos años ya no podemos justificar ciertas actividades con ese mismo significado.

Parra y Flores (2008) analizaron los significados que los alumnos con bajo aprovechamiento escolar tenían de los conceptos relacionados con la fracción y los recursos utilizados para solucionar problemas matemáticos y caracterizaron la interacción suscitada entre ellos. Con respecto al manejo de fracciones comunes, identificaron que las dificultades se inscriben en las concepciones previas y la falta de correspondencia entre el signo y el significado culturalmente compartido. Reconocieron que el trabajo cooperativo y la contextualización favorecen el desarrollo cognitivo, manifestado en la habilidad para argumentar las propuestas de solución de una situación problema.

Perera y Valdemoros (2009) enmendaron esta dificultad con actividades realistas, lúdicas y colaborativas. Lograron con ello el desarrollo intelectual de los niños, habilitándolos para que ellos mismos construyeran sus propios conocimientos sobre la base de sus experiencias cotidianas, expresaran simbólicamente una fracción y establecieran la relación de orden y equivalencia de fracciones, así como también lograron incrementar su habilidad para manipular mentalmente este tipo de dígitos.

En tal sentido Terán de Serrantino y Pachano (2009) probaron la influencia de la enseñanza matemática realista, lúdica y colaborativa, y la resolución de problemas en la conformación de las nociones de fracción en la educación básica bajo el paradigma constructivista. Concluyeron que las actividades bajo estas características tienen un impacto favorable, de manera tal que no solo favorecieron la formación de las nociones referidas sino también lograron aumentar la motivación e interés en los alumnos por el contenido matemático referido.

Fandiño (2009) hace una recopilación de varios trabajos de los años 70's, a partir de esa recopilación enumera los principales significados de fracción que se pueden tomar en matemáticas, por lo tanto, en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El trabajo resalta las siguientes interpretaciones para el significado de fracción.

Fracción como unidad de todo.

Fracción como cociente.

Fracción como operador.

Fracción como relación.

Fracción en probabilidad.

Fracción en los puntajes.

Fracción como número racional.

Fracción como medida.

Ella hace resalta las dificultades que observó en el desarrollo de su investigación, en estudiantes pero también en docentes.

Dichas dificultades fueron:

- 1- En los estudiantes hay dificultades para cambiar o identificar la unidad.
- 2- Los docentes al utilizar la equivalencia de fracciones para hacer operaciones en su construcción, pero los estudiantes inician con la comprensión de los dos conceptos por separado, esto hace la consecuencia de presentar dificultades de no comprender la equivalencia en fracciones que son infinitas.
- 3- El uso del término igual en ocasiones no tiene fundamento y es posible que sirva de obstáculo.
- 4- Los docentes proponen actividades con ideas abstractas, por ende lo considera aprendizaje abstracto, pero los estudiantes hacen referencia a un caso de la vida real, entonces se trata de dos contextos diferentes.

También realizó una revisión sobre las dificultades sobre diferentes épocas de tiempo, las cuales son:

- 1- De 1960 a 1980, en este periodo se hicieron estudios a niños entre 14 y 18 años, sobresalió el estudio sobre el concepto y operaciones entre números fraccionarios y las dificultades relacionadas con ellas. Aquí evidencian siete significados diferentes sobre fracción, reconociendo que una de las dificultades es precisamente la cantidad de significados que se relacionan con el tema.
- 2- De 1980 a 1990, realizado a niños entre 14 y en este periodo se realizaron estudios teniendo en cuenta: el aprendizaje en general, aprendizaje de operaciones con fracciones, comparaciones entre valores de las fracciones y los problemas relacionados con las interpretaciones de fracción.
- 3- De 1990 hasta 2005, se realizó la investigación a niños de 6 a 14 años, sobre el estudio de fracciones, números decimales, números racionales, y combinaciones como: fracción a decimal, decimal a fracción. En este periodo sobresalen trabajos que proporcionan la construcción del significado de fracción a través de diferentes sistemas simbólicos y modelos concretos. Fandiño destaca 14 contextos sobre fracción.

### **Metodología:**

La metodología utilizada para esta investigación consta de la resolución de problemas de George Polya.

Macario (2006) describe que este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos. Para resolver un ejercicio, se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, se hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que se ejecute pasos originales antes para dar la respuesta.

Al percibir la realidad de lo difícil que era la resolución de problemas George Polya contribuye con cuatro fases o pasos, los cuales se describen a continuación:

**-Entender el problema:** Este primer paso trata de imaginarse el lugar, las personas, los datos, el problema. Para eso, hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas. A veces se tiene que leer más de una vez.



- Diseñar un plan:** En esta etapa se plantean las estrategias posibles para resolver el problema y seleccionar la más adecuada.
- Ejecutar el plan:** Ya se tiene el plan seleccionado, así que se aplica. Se Resuelve el problema, monitorear todo el proceso de solución.
- Examinar la solución:** Luego de resolver el problema, revisar el proceso seguido. Cerciorarse si la solución es correcta, si es lógica y si es necesario, analizar otros caminos de solución.

Borragán (2006) comenta que según Pólya, en la solución de un problema los estudiantes aplican las cuatro operaciones mentales de manera flexible.

Junto a esta metodología tenemos el material lúdico a utilizar, como lo mencionamos anteriormente consiste en regletas de Cuisenaire, Tangram y fichas de fracciones.

Regletas de Cuisenaire: Los Números en Color o regletas fueron inventados por George Cuisenaire en el siglo XX. Era maestro rural y músico de profesión. Después de muchos años de investigación, su afición por la didáctica musical le llevó a inventar un sistema de tiras de cartulina coloreadas con el fin de enseñar música a sus estudiantes. Los colores de estas tiras son intencionados: rojo, rosa y marrón, pertenecen a una familia de colores; amarillo y naranja, a otra; verde claro, verde oscuro y azul, a otra; la tira blanca representa, por su color, la afirmación de todos los colores y equivale un número exacto de veces a todas las demás tiras; y la negra, la negación de color; y no equivale un número exacto de veces a alguna de las otras. A este material didáctico le puso por nombre Números en Color. En 1952 apareció en Bélgica la primera edición del libro Los Números en Color. Sus éxitos provocaron, en países europeos, curiosidad por conocer aquel material causa de tanta innovación. Profesores de distintas universidades de Francia e Inglaterra querían conocer los trabajos de aquel maestro rural. Amaro (2012).



Figura 1. Regletas de Cuisenaire  
Fuente: Internet

Tangram: El tangram es un cuadrado dividido en siete partes: dos triángulos grandes, un triángulo mediano, dos triángulos pequeños, un paralelogramo y un cuadrado (ver la Figura 2). Podríamos decir que el tangram se puede considerar como un contexto discreto pues sus partes son separables, por ejemplo, es posible pensar en que el triángulo más pequeño es una figura patrón a partir de la cual se puede rellenar el cuadrado con 16 de esos triángulos.

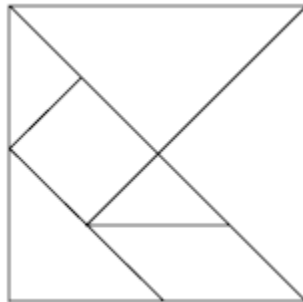


Figura 2 modelo del Tangram.

Fuente: Rodríguez, C. I., & Sarmiento, A. (2002). *El tangram y el plegado: dos recursos pedagógicos para aproximarse a la enseñanza de las fracciones propias*. Revista EMA, 7(1), 84-100.

Tabla. Elementos del tangram y su fracción.

Fichas.	Parte del área del cuadrado total
Triángulo grande	$\frac{1}{4}$
Triángulo mediano	$\frac{1}{8}$
Triángulo pequeño	$\frac{1}{16}$
Paralelogramo	$\frac{1}{8}$
Cuadrado pequeño	$\frac{1}{8}$

A través de estos material y la metodología menciona, la implementación de una propuesta didáctica que ayude y motive a los estudiantes por explorar el mundo de las fracciones y conozcan una manera de resolver problemas matemáticos. Dichos materiales serán utilizados durante los cuatro etapas que tiene la metodología para así los estudiantes siempre esten relacionados en todo momento con los materiales.

## Referencias

- Amaro, M. (2012). Regletas de Cuisenaire. monografias.com. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos88/regletas-cuisenaire/regletascuisenaire.shtml#ixzz4J35IfFTo>
- Borragán, S. (2006) Descubrir, investigar, experimentar, iniciación a las ciencias. España: Secretaría General de Educación.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-155.
- De León, H., y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Vol. 1, (núm. 2), pp. 268-282. Recuperado de [www.comie.org.mx/documentos/rmie/v01/n002/pdf/rmie01n02scC00n01es.pdf](http://www.comie.org.mx/documentos/rmie/v01/n002/pdf/rmie01n02scC00n01es.pdf)
- Fandiño, M. (2009). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. Ed. Magisterio, Colombia.
- Freudenthal, H. (1983). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel.
- Macario, S. (2006) Matemáticas para el siglo XXI. Talca, Chile: Universitat Jaume I.
- Parra Álvarez, M. Á. y Flores Macías, R. C. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación Matemática*, 20(1), 31-52. México: Grupo Santillana. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40512063003>
- Perera Dzul, P. B. y Valdemoros Álvarez, M. E. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación matemática*, 21(1), 29-61. México: Grupo Santillana. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262009000100003&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100003&lng=es&tlng=es)
- Terán de Serrantino, M. y Pachano Rivera, L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos en clase de matemáticas de la educación básica. *Educere*, 13(44), 159 – 167. Recuperado de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/28852/3/investiga4.pdf>