

Matemáticas, Ingeniería y Ciencias Ambientales

# MICA



Vo. 5 No 10

ISSN:2594-1993

Julio - Diciembre 2022



## Índice

		Pag
Editorial		0
Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele	Elena Nesterova, Ana Luisa Estrada Esquivel, Verónica Vargas Alejo	1 - 7
Las Razones Trigonométricas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.	Fabiola Del Carmen Medina Herrera, Juan Felipe Flores Robles	8 -23
Vinculación matemáticas – química con uso de simulador virtual	José Trinidad Ulloa Ibarra, Xiomara Natalie Alba Valenzuela, Elsa García de Dios, María Inés Ortega Arcega	24 - 35
El precio de la calidad del aire en Tepic Nayarit	Juan Luis Hernández Méndez, Georgina Elizabeth Partida López, Diego Alberto Aguilar Ventura, Gabriel Enríquez Peña	36 - 47
La enseñanza- aprendizaje de convergencia y divergencia de series infinitas	María Inés Ortega Arcega, Ana Luisa Estrada Esquivel, José Trinidad Ulloa Ibarra, María Teresa Casillas Alcalá	48 - 54

## *Editorial*

“MICA” es una revista centrada en la difusión de trabajos de investigación en todas las reas de la ingeniería, las ciencias básicas y en la enseñanza de estas áreas. La revista publica artículos de investigación científica y tecnológica, artículos de difusión y artículos de revisión, escritos en idioma inglés o español. La presentación de artículos para su publicación en la revista no tiene ningún costo.

Las rampas para silla de ruedas y para personas con movilidad reducida permiten salvar desniveles verticales y pueden ser utilizadas por cualquier persona con problemas de movilidad permanente o temporal. Las rampas son una de las medidas de accesibilidad más habituales, sin embargo a pesar de su gran utilidad en muchas poblaciones del país no existe este tipo de apoyos para un gran número de personas que lo requieren, en este número presentamos el trabajo de Fabiola en el que con base en las matemáticas elabora una propuesta para su comunidad, esto puede replicarse en cualquier parte y sirve además para que estudiantes de bachillerato utilicen sus aprendizajes de la trigonometría y así se puedan tener accesos sin importar el tipo de terreno que se tenga.

La contaminación del aire representa un importante riesgo medioambiental para la salud. Mediante la disminución de los niveles de contaminación del aire los países pueden reducir la carga de morbilidad derivada de accidentes cerebrovasculares, cánceres de pulmón y neumopatías crónicas y agudas, entre ellas el asma, el equipo de José Luis no presenta el costo que implica tener una buena calidad del aire

COMITÉ EDITORIAL



Revista MICA.  
Volumen 5 No. 10.  
ISSN: 2594-1933  
Periodo: Julio – Diciembre de 2022  
Tepic, Nayarit. México  
Pp. 1 - 7  
Recibido: Agosto 01 de 2022  
Aprobado: Septiembre 30 de 2022

**Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele**  
**Van Hiele's Geometric Reasoning Model**

**Elena Nesterova**

[elena.nesterova@cucei.udg.mx](mailto:elena.nesterova@cucei.udg.mx)

Universidad de Guadalajara

**Ana Luisa Estrada Esquivel**

[ana.estrada@uan.edu.mx](mailto:ana.estrada@uan.edu.mx)

Universidad Autónoma de Nayarit

**Verónica Vargas Alejo**

[veronica.vargas@academicos.udg.mx](mailto:veronica.vargas@academicos.udg.mx)

Universidad de Guadalajara

## **Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele**

### **Van Hiele's Geometric Reasoning Model**

#### **Resumen**

En este documento se presenta una investigación bibliográfica de tipo descriptiva acerca del Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la Geometría y sus niveles de razonamiento. El problema que motivó esta investigación fueron las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en los distintos niveles educativos y la importancia de encontrar propuestas de solución. El Modelo de Van Hiele presenta cinco niveles para clasificar el desarrollo de aprendizaje de estudiantes y cinco fases de aprendizaje para apoyar al profesor. Se concluye la importancia de realizar estrategias para investigar y desarrollar el pensamiento geométrico en todos los niveles educativos.

**Palabras clave:** Aprendizaje, Geometría, Modelo, Van Hiele

#### **Abstract**

This document presents a descriptive bibliographical research about Van Hiele Model for learning Geometry and its levels of reasoning. The problem that motivated this research was the difficulties that arise in the teaching-learning process of geometry at different educational levels and the importance of finding proposed solutions. The Van Hiele Model presents five levels to classify students' learning development and five learning phases to support the teacher. The importance of carrying out strategies to investigate and develop geometric thinking at different educational levels is concluded.

**Keywords:** Learning, Geometry, Model, Van Hiele

### **Introducción**

El problema de investigación fue la dificultad que tienen los estudiantes de los distintos niveles educativos para desarrollar el pensamiento geométrico, tiene problemas para identificar conceptos, propiedades y aplicación de triángulos. Esta situación no es exclusiva de un lugar específico; alrededor del mundo, existen diversas investigaciones que refieren problemas en el aprendizaje y en la enseñanza de la geometría. “La falta de enseñanza o una mala práctica en las aulas sobre la geometría los jóvenes adquieren conceptos distorsionados o erróneos y en el peor de los casos carecen completamente de conceptos tan relevantes como los geométricos”(Aray, Párraga y Chun, 2019, p. 24).

Por su parte, Gamboa y Ballester (2010) argumentan que la geometría es considerada como bases en la formación académica y cultural del ser humano, por su multidisciplinariedad de aplicaciones y del desarrollo del razonamiento lógico y deductivo; así como habilidades de

visualización, pensamiento crítico, intuición, resolución de problemas y argumentación lógica en procesos de prueba o demostración.

El objetivo de esta investigación fue realizar una búsqueda bibliográfica acerca del El Modelo de Van Hiele el cual consta de cinco niveles para clasificar el desarrollo de aprendizaje geométrico de estudiantes y cinco fases de aprendizaje para apoyar al profesor.

### **Metodología**

Se realizó una búsqueda bibliográfica a través de internet en revista de catálogos de calidad, tales como, Isi Web of Knowlegde, Redalyc, pkp index, Rootindexing, Google scholar , Erihplus, Index Copernicus, Latindex, Infobase, Miar, Academic Resource Index, Cite Factor, BASE, LivRe, Latinrev, Euro Pub, REDIB, ROAD y DOAJ y Dialnet, utilizando “Modelo de los Van-Hiele” como palabras clave.

### **Resultados y Conclusiones**

El Modelo de Van Hiele es reconocido por diversos autores por favorecer y facilitar el aprendizaje de la geometría. Aravena y Camaño (2013) refieren el potencial del modelo de los Van-Hiele para analizar el nivel de razonamiento en el trabajo geométrico; Vargas y Gamboa (2013) aseguran que el Modelo de Van Hiele permite hacer que los estudiantes descubran con mayor facilidad que la geometría es una herramienta para la vida. “El modelo facilita a los estudiantes desarrollar de manera secuenciada sus niveles de razonamiento geométrico para afrontar y resolver situaciones problemáticas que implican la aplicación de la Geometría” ( Chavarría, 2020, p. 86);

#### **Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele**

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, El modelo de Van Hiele cuenta con 5 niveles de razonamiento geométrico representa el orden de los procesos cognitivos de los estudiantes y 5 fases son una directriz para el diseño y organización de actividades docentes. Los niveles de razonamiento geométrico son reconocimiento o visualización, análisis, deducción informal u orden, deducción y rigor. Las fases son información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. (Vargas y Gamboa, 2013)

*Niveles de razonamiento geométrico.* Las características de los niveles de razonamiento describen el orden de los procesos cognitivos de los estudiantes, desde esta perspectiva, los niveles no se pueden saltar, mantienen un orden cognoscitivo (Vargas y Gamboa, 2013).

Nivel 1. *Reconocimiento o visualización.* El estudiante reconoce y reproduce de manera general figuras geométricas, comparándolas con figuras conocidas; son embargo, no reconoce su nombre, lenguaje o propiedades geométricas (Vargas y Gamboa, 2013).

Nivel 2. *Análisis.* El estudiante puede reconocer y analizar las partes y propiedades particulares y hacen manipulaciones empíricas de las figuras geométricas; sin embargo, no puede establecer relaciones y clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras, ni puede elaborar definiciones (Vargas y Gamboa, 2013).

Nivel 3. *Deducción informal u orden.* El individuo determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas propiedades se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas, realiza definiciones con significado. Sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación, elabora y sigue demostraciones, pero no las comprende de manera global, como consecuencia, no puede elaborar secuencia de razonamientos lógicos y no comprender el sistema axiomático de las Matemáticas (Vargas y Gamboa, 2013).

Nivel 4. *Deducción.* El estudiante comprende, maneja, realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas. Comprende que puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, ha alcanzado un alto grado de razonamiento lógico, con una visión globalizadora de las Matemáticas; sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos (Vargas y Gamboa, 2013).

Nivel 5. *Rigor.* El estudiante es capaz analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría. Capta la geometría en forma abstracta (Vargas y Gamboa, 2013).

**Fases de aprendizaje.** Las cinco fases de aprendizaje son diseñadas para apoyar al profesor (Vargas y Gamboa, 2013).

Fase 1: Información. En esta fase el profesor genera actividades de diagnóstico acerca del tema a estudiar, en donde identifica conocimientos previos, el nivel de razonamiento geométrico y que genere la oportunidad a los estudiantes de conocer objetivos, metas, problemas y materiales sobre el tema de estudio (Vargas y Gamboa, 2013).

Fase 2: Orientación dirigida. Las actividades generadas para esta etapa representan la base para que el estudiante aprenda los conceptos, propiedades o definiciones fundamentales para el nuevo nivel de razonamiento; citando a Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarit, Peñas y Ruiz (1994), refiere actividades permitan conseguir pequeños éxitos que estimulen su autoestima y favorezcan una actitud positiva hacia las matemáticas (Vargas y Gamboa, 2013).

Fase 3: Explicitación. En esta fase el profesor genera discusiones, comentarios en equipos y de manera grupal sobre la forma de solución, definiciones y propiedades encontradas (Vargas y Gamboa, 2013).

Fase 4: Orientación libre. En esta fase se ponen en acción los conocimientos y habilidades adquiridos, aplicándolos a la solución de problemas del mismo grado de dificultad y/o con más niveles de complejidad, en este sentido el reto del profesor es identificar los problemas que permitan al estudiante aplicar lo aprendido combinándolo con otros conocimientos para generar la solución por sí mismos (Vargas y Gamboa, 2013).

Fase 5: Integración. En esta fase el profesor presenta actividades que permitan al estudiante integrar una visión global los conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento lo aprendido sobre el tema, no se incluyen en las actividades nuevos conocimientos (Vargas y Gamboa, 2013).

Respecto a la evaluación desde este modelo se enfoca en valorar las razones por las que emite las respuestas, en lugar si está correcto o incorrecto, los niveles son de las respuestas no de los alumnos. Los niveles de razonamiento no son genéricos, dependen de los contenidos. Los instrumentos que se proponen son test y entrevistas.

## Modelo Van Hiele con Geogebra

El uso de Geogebra ha sido significativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, principalmente en Geometría Euclidena. Prieto y Arredondo (2020) refieren que el software GeoGebra es una herramienta digital dinámica, novedosa e interactiva que permite realizar construcciones y validarlas.

Por su parte, Rojas, Cayllahua Yalli & Antezana (2020) refieren la solución de problemas geométricos utilizando GeoGebra ha tenido resultados estadísticamente significativos en el aprendizaje de conceptos. Así mismo refieren que a los estudiantes les resulta motivante el uso de geogebra al aprender geometría.

Del resultado del análisis bibliográfico, se concluye la importancia de utilizar el Modelo Van Hiele para investigar y desarrollar el pensamiento geométrico en los distintos niveles educativos.

## Referencias

- Aray, A. C. Párraga, Q. O., & Chun, M. R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Rehuso*, 4(1), 20-30. <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Rehuso/article/view/1622>
- Aravena, D. M., & Caamaño E. C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 139-178. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1621>
- Gamboa, A. R. & Ballesteros A. E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*. 14(2), 125-142. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194115606010>
- Chavarria, P. N. (2020). Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica. *Investigación Valdiviana*, 14(2), 85–95. <https://doi.org/10.33554/riv.14.2.587>
- Pedrosa, I., Suárez, A & García, C. E. (2013). *Evidencias sobre la Validez de Contenido: Avances Teóricos y Métodos para su Estimación*. *Acción Psicológica*, 10(2), 3-18. <http://dx.doi.org/10.5944/ap.10.2.11820>

- Perry G. S. (2021). *Spatial and Geometric Reasoning. Math Instruction for Students with Learning Difficulties*. Enlarge.
- Prieto J. L. y Arredondo E. H. (2020). *Aprendizaje de las construcciones euclidianas con GeoGebra: elementos de una actividad formativa para futuros profesores de matemáticas*. *Revista Paradigma*, 51(2), 356-380. [DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p77-100.id496](https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p77-100.id496)
- Rojas Quispe, Angel Epifanio, & Cayllahua Yarasca, Ubaldo, & Yalli Huamán, Edgar, & Antezana Iparraguirre, Régulo Pastor (2020). Modelo Van Hiele y software Geogebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales. *Horizonte de la Ciencia*, 10(18), [fecha de Consulta 7 de Septiembre de 2022]. ISSN: 2304-4330. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=570968990012>
- Uygun, T. & Güner, P. (2021). *Van Hiele Levels of Geometric Thinking and Constructivist-Based Teaching Practices*. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 17(1), 22-40 <https://doi.org/10.17860/mersinefd.684571>
- Vargas V. G. & Gamboa A. R. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. *UNICIENCIA*, 27(1), 74-94. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005>



**Revista MICA.**  
**Volumen 5 No. 10.**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Julio – Diciembre de 2022**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 8 - 23**  
**Recibido: 17 de septiembre de 2022**  
**Aprobado: 02 de diciembre de 2022**

**Las Razones Trigonómicas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.**

**Trigonometric Ratios at the high school level. Applications in social needs.**

**Fabiola Del Carmen Medina Herrera**  
**fabiola.medina@uan.edu.mx**  
**UAP 11 UAN**

**Juan Felipe Flores Robles**  
**juan.f10res@hotmail.com**  
**Universidad Univer Nayarit**

## **Las Razones Trigonométricas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.**

### **Trigonometric Ratios at the high school level. Applications in social needs.**

#### **Resumen**

El problema que atendió esta investigación fue desarrollar una secuencia didáctica con sustento en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Donde a través de una situación problema en la comunidad, las rampas para personas con dificultades de desplazamiento, los estudiantes lograran que emergiera la razón trigonométrica tangente. A su vez también dieran sentido y reconocieran el uso de la razón trigonométrica tangente. Esto se derivó de la necesidad que se ha presentado en las aulas de estudiantes del segundo semestre de la Unidad Académica Preparatoria No.11 de Ruiz, Nayarit, puesto que no identifican las Razones Trigonométricas en su contexto y solamente se limitan a desarrollar algoritmos.

**Palabras clave:** razón trigonométrica tangente, Socioepistemología, contexto, secuencia didáctica.

#### **Abstract**

The problem addressed by this research was to develop a didactic sequence based on the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics. Where through a problem situation in the community, the ramps for people with mobility difficulties, the students managed to make the tangent trigonometric ratio emerge. At the same time, they would also make sense of and recognize the use of the tangent trigonometric ratio. This was derived from the need that has arisen in the classrooms of students in the second semester of the Preparatory Academic Unit No.11 of Ruiz, Nayarit, since they do not identify the Trigonometric Ratios in their context and are only limited to developing algorithms.

**Keywords:** tangent trigonometric reason, Socioepistemology, context, didactic sequence.

### **Introducción**

En los estudiantes del segundo semestre de la Unidad Académica Preparatoria No.11 (UAP 11), ubicada en Ruiz Nayarit, se identificó que no saben de qué manera o dónde está presente la razón trigonométrica tangente en su contexto y es de importancia puedan identificarla, ya que la Trigonometría es útil en la vida porque nos permite calcular alturas, distancias y medir ángulos.

Por tal motivo, el problema que atendió esta investigación fue desarrollar una secuencia didáctica donde se llevó a los estudiantes al contexto donde se desenvuelven y a través de situaciones problemas llevarlos a la emergencia de la razón trigonométrica tangente.

Montalvo (2012) menciona que “la trigonometría es una materia un tanto árida para muchos alumnos cuando se sigue una clase con una dinámica tradicional: el maestro quiere explicar todo en el pizarrón” (p. 132). Se toma en cuenta esto para salir de lo tradicional y, a partir de las actividades, involucrar al estudiante como el actor principal en el proceso de aprendizaje.

De igual manera, Arenas, Becerra, Morales, Urrutia y Gómez (2014) constatan que “muchos profesores de matemáticas de grado décimo usan las razones trigonométricas como herramientas para solucionar ejercicios de resolución de triángulos, aplicados a problemas, sin tener en cuenta el contexto del estudiante” (p.359).

Atendiendo estas problemáticas, es necesario tomar en cuenta el contexto puesto que los estudiantes al observarlas en alguna situación problema podrán constatar la utilidad de las razones trigonométricas y de esta forma verán que las matemáticas sirven de apoyo para otras situaciones de la sociedad.

De acuerdo con Montiel y Scholz (2015):

El estudio de la Trigonometría en la escuela presenta dificultades de aprendizaje como cualquier otro tema matemático escolar. En el nivel medio superior se inicia retomando el estudio de las razones trigonométricas, generalmente introducidas en el nivel básico-secundaria (en México), y se continúa hacia el estudio de las ecuaciones, las identidades y, finalmente, las funciones trigonométricas p. (908).

Surgió la preocupación por implementar nuevas estrategias para que se tenga mayor aceptación, comprensión y uso de las matemáticas. Ya que al aplicarse una evaluación

diagnóstica con alumnos de primer semestre del grupo C arrojó que, si bien identifican un triángulo rectángulo, sus catetos e hipotenusa, no identifican cuáles son sus ángulos agudos, en su mayoría no comprenden las definiciones de las razones trigonométricas directas y no identifican dónde las pueden utilizar dentro del contexto.

Tras analizar los libros de texto con que se trabaja actualmente en el nivel medio superior en la UAP 11, se encontró que el contexto de los problemas que se plantean para su resolución en este objeto matemático se mencionan objetos o lugares que los estudiantes no conocen o que nunca han tenido contacto con ellos. Como, por ejemplo, una pirámide donde se les pide calcular la altura de la misma tomando en cuenta su sombra. Así como un globo aerostático volando a cierta altura y les pide calcular ciertas distancias. En la comunidad de Ruiz no es posible tener a la mano estos objetos y construcciones.

Es por esta razón que se tomó como área de oportunidad dentro de la misma comunidad una rampa personas con dificultades de desplazamiento.



*Figura 1.* Entrada a la presidencia municipal en Ruiz Nayarit vista frontal. Fuente: Construcción propia.

Dicha rampa no cuenta con las medidas reglamentarias establecidas en la NORMA Oficial Mexicana NOM-233-SSA1-2003 la cual aparece en la definición 6.1.3.2:

“En obras exteriores como plazas y banquetas considerar rampas para cambio de nivel en piso, con dimensiones mínimas de 1.00 m de ancho, pendiente no mayor de 8.0% para un peralte de 0.16 m y de 6.0% para desniveles mayores de dos peraltes o 0.32 m, con acabado antiderrapante, de color contrastante que indique su presencia y señalización, conforme a lo señalado en el numeral 6.2 de esta Norma” (DOF, 2004, p.3).

Se puede observar que los espacios no son los adecuados para tener la rampa de esa forma puesto que la amplitud de la misma abarca más de la mitad de la banqueta y si alguna persona con dificultades de desplazamiento viene por el lado contrario, no podrá pasar por la banqueta ni mucho menos acceder a las oficinas de la presidencia municipal, de igual manera su inclinación no es adecuada, ya que pone en riesgo a las personas que la utilizan, es por esta razón que es necesario mover esa rampa y construir una que cumpla con las especificaciones ya mencionadas.

Se planteó como objetivo general:

-Implementar una secuencia didáctica que involucre la problemática sobre el análisis del diseño de una rampa para personas con dificultades de desplazamiento para su uso adecuado de tal manera que se llegue a la emergencia de la razón trigonométrica tangente.

Así como también los objetivos específicos

-Favorecer el aprendizaje de la razón trigonométrica tangente mediante una secuencia didáctica que involucre el análisis del diseño de una rampa para personas con dificultades de desplazamiento para su uso adecuado.

-Reconocer el uso de la razón trigonométrica tangente en el diseño de una rampa.

-Identificar la responsabilidad social del estudiante al involucrarse en una necesidad de su comunidad.

-Identificar fortalezas de los estudiantes al realizar las actividades para el diseño y elaboración de una rampa para personas con dificultades de desplazamiento.

## Marco teórico

Se tomó como sustento teórico para esta investigación a la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, ya que se consideró la más adecuada debido a que, se deseaba que, a través de una secuencia didáctica, los estudiantes analizaran el uso de la razón trigonométrica tangente en el contexto en que se desenvuelven, que pudieran observar en que les iba a servir, al emerger ésta en la necesidad que se les va a presentó para dar solución a una situación problema dentro de la comunidad.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013) “surge en un intento por explicar la relación entre mente, saber y cultura en el campo de las Matemáticas apoyándose en la noción de práctica social” (p.18). Dado que las matemáticas surgen dentro de la cultura misma del ser humano, al éste desenvolverse, las necesidades que se le fueron presentado de realizar mediciones y cálculos lo llevaron a desarrollar y formalizar elementos propios de ellas. De aquí que se utilice el término de práctica social tal como la define Cantoral (2013) “es un emergente social del ejercicio intencional de prácticas que tienen como característica coadyuvar al tránsito del conocimiento al saber a través de una funcionalidad con valor de uso” (p.22).

La Teoría Socioepistemológica se compone por cuatro dimensiones ya que dentro de su estudio para explicar los elementos sobre los cuales se da la construcción social del conocimiento matemático, emplea la problematización del saber matemático, puesto que de esta forma estudia las diferentes dimensiones que componen a un saber en particular, las cuales son:

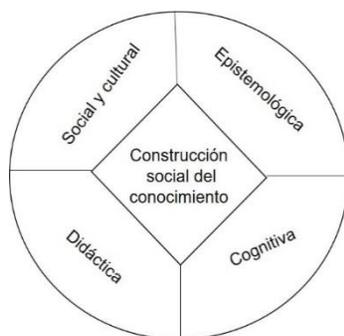


Figura 2. Dimensiones de la Socioepistemología. Fuente: Cantoral

Se explica de manera general que es lo que analiza a partir de cada una de las dimensiones:

- La dimensión didáctica, la cual se refiere a la matemática escolar. El cómo se trabaja la matemática desde el aula.
- La dimensión epistemológica, la cual se refiere a analizar la forma en que se construye el conocimiento. Entender de donde surge y cómo nace dicho conocimiento.
- La dimensión cognitiva, la cual se refiere a la forma en que el estudiante hace propios los conocimientos que adquiere. El cómo aprende el estudiante.
- La dimensión social y cultural, la cual se refiere a los usos que se le pueden dar al saber. De qué forma o donde se puede usar lo que se sabe y así entender que lo aprendido va más allá de sólo conceptos.

Al efectuar la revisión bibliográfica sobre estudios que se llevaron a cabo sobre trigonometría sustentada en la misma teoría, se encontró que:

Montiel (2005) realiza un estudio socioepistemológico de la función trigonométrica, estudió que problemáticas se fueron presentando a lo largo de la historia para el ser humano en las cuales fue necesario el surgimiento de la trigonometría para que de esta manera emergiera la función trigonométrica, a partir de que circunstancias es que fueron construyendo socialmente su conocimiento. Es por esto que en su tesis socioepistemológica asume “que el concepto de función trigonométrica sólo puede derivarse de la evolución de una cierta problemática situada” (p.100).

Este estudio socio-epistemológico de Montiel sirvió de referencia para esta investigación puesto que se analiza desde donde surge la trigonometría, cómo es que se lleva la construcción social de ella, la cual es el objeto problema en cuestión. Así mismo, se identifican que prácticas son de utilidad, analizar y generar nuevas ideas para realizar este estudio y ayudara a lograr el objetivo planteado.

Asimismo, Buendía y Montiel (2009) realizan un análisis de los usos del conocimiento matemático en su investigación acercamiento socioepistemológico a la historia de las funciones trigonométricas. Dentro de dicho análisis afirman que el

conocimiento matemático nace en la realización de prácticas, y no está integrado sólo por conceptos separados, sino que se da en la unión de ambos.

Este análisis sirvió a esta investigación para tomar en cuenta que el conocimiento matemático no se conforma sólo de conceptos, como hasta ahora se ha trabajado en las aulas, hacer reflexión de que a lo largo de la historia ha estado en estrecha relación con ciertas prácticas, las cuales han surgido de las necesidades sociales mismas a las que el ser humano se ha enfrentado para hacer matemáticas.

Para esta investigación se sitúa como práctica social el hecho de que los estudiantes localizan, observan y analizan ciertas rampas dentro de la comunidad para determinar si son viables para ser transitadas por personas con dificultades de desplazamiento y una vez conocida la norma que deben cumplir se infiere que no están construidas de forma adecuada. De esta manera se espera que vean que tienen la necesidad de realizar mediciones y procesos matemáticos para situar así la práctica de referencia mediante la cual se plantea la propuesta de la construcción adecuada de la rampa que se encuentra en la entrada a la presidencia municipal para que a partir de ésta emerja la razón trigonométrica tangente y se logre el objetivo de que los estudiantes constaten que las matemáticas si sirven fuera del aula, que van a aportar algo para mejora dentro de la comunidad, que si tienen un uso.

Tal como lo menciona Cantoral (2013) “la práctica social no es lo que hace en sí el individuo, sino es aquello que les hace hacer lo que hacen, digamos que norma su accionar” (p.60). Entonces aquí al reflexionar que la rampa no es adecuada para ser transitada por personas con dificultades de desplazamiento, su accionar será realizar mediciones (lo cual representaría la práctica de referencia) para presentar una propuesta de cómo podría ser la forma adecuada para dicha rampa.

De igual manera, Montiel y Jácome (2014) en su investigación Significado Trigonométrico en el Profesor, presentan un análisis de una situación-problema que plantearon a profesores de nivel medio superior, en la cual tenían que calcular

distancias inaccesibles, a partir de la cual observaron que interpretan un significado lineal al relacionar el ángulo y la distancia cuando dicha relación es trigonométrica. A partir de esto “reconocen lo trigonométrico de la construcción del modelo y la necesidad de utilizar semejanza entre triángulos para estudiar la naturaleza de estas relaciones particulares” (p. 1213). Al revisar los planteamientos presentados por los profesores determinan que es importante reflexionar sobre lo que se enseña en clase y no sólo el cómo se enseña.

Se puede rescatar que es necesario el rediseño del discurso Matemático Escolar (dME) atendiendo sobre lo que se enseña y a su vez también atendiendo la problematización de la trigonometría, el cómo se enseña, de acuerdo con los planes y programas de estudios para el nivel medio superior.

Igualmente, Hinojos, Romero y Farfán (2020) en su investigación de principios de diseño de tareas en Socioepistemología, reflexionan sobre la forma en cómo se puede mejorar la realización de diseños de aprendizaje partiendo de la Socioepistemología con lo que se busca en los estudiantes relacionen e identifiquen el uso del saber en juego.

Presentan un análisis de principios de diseño de tareas en un marco de nivel intermedio y en marcos de dominio específico. Muestran una comparativa de las características del dME actual, los principios de la Teoría Socioepistemológica y presentan una propuesta del dME. Analizan y proponen detalladamente partiendo de los principios de dicha teoría buscando con esto favorecer la intervención dentro del aula ampliando de esta manera las posibilidades para que los estudiantes se apropien de dichos saberes y construyan su conocimiento matemático.

Esta reflexión resulta de utilidad para este estudio ya que se trabajó mediante una secuencia didáctica atendiendo a la teoría Socioepistemológica, y dicha reflexión fue el punto de partida para realizar un buen rediseño del discurso Matemático Escolar (dME) y de esta forma llegar a que los estudiantes logaran darle sentido al objeto matemático encontrando su uso dentro de la comunidad.

## Metodología

Esta investigación se basó en un enfoque cualitativo ya que las metas para una investigación con enfoque cualitativo son “describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes” (Hernández Sampieri, Fernández Collado & Baptista Lucio, 2014, p.11). De esta manera se llevó a cabo el análisis de los argumentos presentados por los estudiantes (quienes en este caso son los participantes) ya sea en forma de textos, imágenes, audiovisuales, documentos y objetos personales.

Considerando los resultados de las evaluaciones llevadas a cabo durante los dos años anteriores se identificó que se presentaban deficiencias en el tema de razones trigonométricas lo cual, llevó a tener altos índices de reprobación.

Para el ciclo escolar 2018-2019 de un grupo de 25 estudiantes, sólo 7 aprobaron. Para el ciclo escolar 2019-2020, de un grupo de 30 estudiantes, sólo aprobaron 12.

En el ciclo 2020-2021 la evaluación fue de forma diferente, ya que nos enfrentamos al trabajo en casa por la pandemia, y se tuvo la necesidad de adoptar diferentes metodologías en base a los medios con que se contaba en nuestro contexto. Es por esta razón que no se toma como referencia ese ciclo escolar.

El estudio en cuestión se realizó con 21 estudiantes del segundo semestre de la UAP 11, jóvenes entre los 15-16 años. Se realizó una evaluación diagnóstica para situar la problemática anteriormente identificada, para abordar en este nuevo ciclo 2021-2022. La evaluación se aplica de manera individual a 21 estudiantes (ya que es la matrícula para este ciclo) de segundo semestre del primero C, se les plantearon 7 preguntas para conocer sobre los conocimientos previos con que vienen de nivel básico secundaria respecto a las razones trigonométricas, ya que en tercer año de secundaria tuvieron su primer acercamiento puesto que se trabaja el tema de razones trigonométricas.

La evaluación de exploración diagnóstica conformada por 7 preguntas tenía como objetivo conocer si los estudiantes identifican los elementos previos para las razones trigonométricas (triángulo rectángulo, ángulos) en objetos dentro de su casa o en la escuela (en el entorno).

En las primeras dos preguntas se esperaba que los estudiantes mencionen objetos donde identifican ángulos rectos y triángulos rectángulos dentro de casa o en la escuela. Se deseaba conocer si los observan dentro de su contexto o no.

En las siguientes, tercera y cuarta pregunta, se refería ya en específico a una rampa que está dentro de la prepa para ver si en ella identifican los elementos de un triángulo rectángulo (catetos, hipotenusa, tipos de ángulos). El objetivo era analizar si los estudiantes conocen e identifican en donde corresponde cada elemento del triángulo rectángulo.

Para las siguientes dos preguntas, quinta y sexta, se referenciaba una escalera dentro de la misma escuela para conocer si los estudiantes son capaces de calcular la medida de la longitud de la escalera, conociendo la distancia de la base y la altura de la pared a la cual llega la escalera y si pueden saber también la inclinación de la misma (si conocen el ángulo). El objetivo era valorar si los estudiantes son capaces de usar las razones trigonométricas para realizar dichos cálculos.

En la última pregunta se adentraba a analizar si las rampas que están dentro de la escuela son adecuadas o no. Se llevaba a los estudiantes a la reflexión esperando que concluyeran que no lo son, porque están muy inclinadas.

Las actividades propuestas se desarrollaron atendiendo el formato de secuencia didáctica con que actualmente se trabaja dentro del nivel medio superior de la Universidad Autónoma de Nayarit. Se distribuyen en actividades de apertura, desarrollo y cierre y para finalizar concretando los 3 rubros, se incluye un trabajo interdisciplinar para relacionar las matemáticas con otras ciencias.

Fases	Actividad	Tiempo estimado	Modalidad	Objetivo
Apertura	Iniciar con indagación del contexto	50 minutos	En aula /individual	Indagar sus conocimientos acerca de las rampas.
Desarrollo	Recopilación de imágenes de rampas	50 minutos para la exposición	Recopilación Extraclase, en aula exposición de imágenes /en equipos de 3 integrantes	Analizar similitudes y diferencias de las rampas
Desarrollo	Introducción a las relaciones trigonométricas	50 minutos	En aula / en equipos de 3 integrantes	Reconocer la proporcionalidad entre triángulos
Cierre	Emergencia de la razón trigonométrica tangente	Dos sesiones de 50 minutos cada una	Extraclase, en aula y en el centro de la comunidad. /en equipos de 3 integrantes	La emergencia de la razón trigonométrica tangente Reconocer el uso de la matemáticas dentro de la comunidad
Trabajo interdisciplinar	Propuesta de la rampa	50 minutos	Extraclase, en aula /en equipos de 3 integrantes	Usar escala, proporcionalidad y razón trigonométrica tangente. Relacionar las matemáticas con otras ciencias.

Tabla 1. Fases de la secuencia didáctica.

Se presentan algunas imágenes de los estudiantes durante el desarrollo de las fases, así como de productos realizados en sus actividades.



*Figura 3. Estudiantes midiendo la rampa. Fuente: Construcción*



*Figura 4. Rampa producto final de los estudiantes. Fuente: Construcción propia.*

## **Resultados y Conclusiones**

Una vez que se analizó el uso de una rampa, sus características y que describieron las similitudes y diferencias entre ellas. Se encontró que los estudiantes si asocian la forma de una rampa con la forma de un triángulo rectángulo. Que identifican la diferencia entre ellas debido al ángulo de inclinación y saben cuál es la utilidad de éstas. Por otra parte, no reconocían que para construir una rampa se debe respetar una Norma establecida.

Los estudiantes reconocieron un triángulo rectángulo y sus elementos. Así como también realizan mediciones de ángulos de manera correcta.

Al investigar la Norma Oficial Mexicana para la construcción de una rampa reflexionaron sobre el diseño de las rampas observadas, si son adecuadas o no para su uso. Concluyendo que la mayoría no están construida de manera adecuada.

Dieron respuesta a estas preguntas una vez que midieron la rampa ubicada en la entrada a la presidencia municipal ya que concluyeron que no cumplía con la norma al realizar los cálculos necesarios. Aquí se les pidió establecer una propuesta para modificar el diseño de dicha rampa.

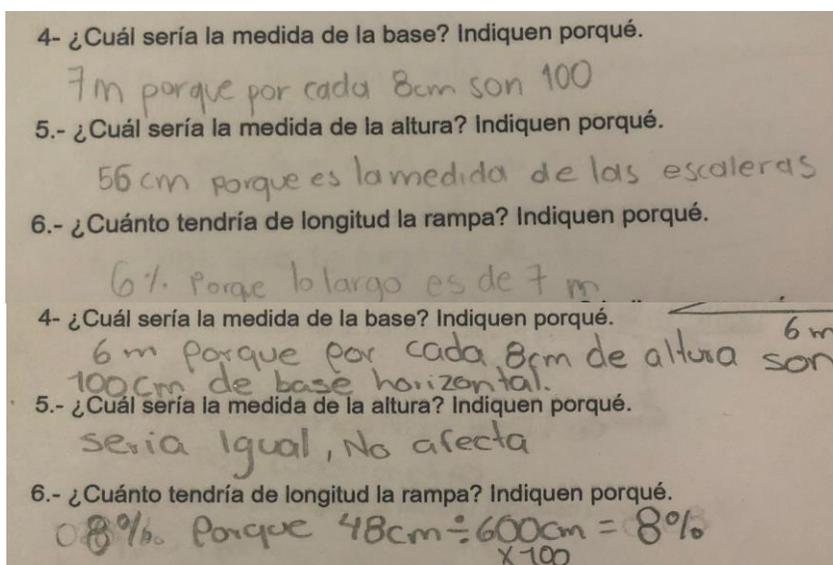


Figura 4. Medidas propuestas por los estudiantes. Fuente:

Para responder de sobre la base y la altura lo analizan de nuevo tomando en cuenta lo que dice la Norma oficial. En la longitud resultó confusión ya que debían establecer la medida de la hipotenusa.

En la pregunta 7, se les cuestionaba sobre el ángulo de inclinación que tendría la rampa que proponían, pero ningún equipo respondió, por lo tanto, aquí no hubo argumentaciones y fue deficiente.

En la última pregunta de la actividad se les pidió que explicaran como hicieron todo el planteamiento para llegar a establecer las medidas que proponían. A esto respondieron: *...por nuestro boceto e incorporando las medidas nuevas y adecuadas para las personas con incapacidad motriz...tomando en cuenta la altura de donde termina la entrada, lo ancho de la banqueta...porque fue mediante una información comprobada...tomando las medidas de la Norma oficial mexicana...* Como se puede observar, no se reconoció la emergencia de la razón trigonométrica como tal, sino que asociaron con el teorema de tales buscando proporcionalidad.

Por otro lado, en sus propuestas buscaron cumplir con la pendiente del 8% como lo establece la Norma oficial para la construcción de una rampa, pero no analizaron mas cosas respecto a la optimización tomando en cuenta la entrada a la presidencia, no especificaron si estaría desde debajo de la banqueta, si estaría sobre los escalones en desnivel.

Al trabajar con una estrategia didáctica diferente la asignatura de matemáticas se logró que los estudiantes comprendieran que éstas si sirven para algo en su vida y en su comunidad.

Los estudiantes se mostraron entusiasmados durante el desarrollo de las actividades, se pudo constatar que muestran interés para trabajar y aprender de esta manera. El cambiar la metodología de trabajo en el aula e ir al contexto permitió al estudiante favorecer su aprendizaje ya que vinculó las matemáticas con su comunidad.

Es de importancia en el proceso de enseñanza la labor docente. Se recomienda estar en constante actualización en mejora de la práctica e implementar nuevas metodologías para proponer actividades que involucren al estudiante en dar solución a situaciones problemas dentro de la comunidad buscando que emerjan de ellas objetos matemáticos.

Todo esto con la finalidad de generar mayor interés y atención en los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas. Que los estudiantes den solución a necesidades

dentro de su comunidad con los objetos matemáticos que emerjan de las actividades que proponga el profesor y así se dan cuenta del uso de las matemáticas.

Cabe destacar también que la enseñanza de las matemáticas enlazada a otras disciplinas produce resultados favorables en el aprendizaje. De esta manera se reduce la apatía por parte de los estudiantes hacia esta asignatura, presentan interés y motivación para trabajar.

### Referencias

- Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L., y Gómez, P. (2014). Razones trigonométricas. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1895/> el 25 de noviembre de 2020.
- Buendía, G., Montiel, G. (2009) *Acercamiento Socio-epistemológico a la historia de las funciones trigonométricas*. CICATA-IPN, Legaria. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 22. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/5131/> el 13 de enero de 2021.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Barcelona: Gedisa.
- DOF (2004). NORMA Oficial Mexicana NOM-233-SSA1-2003. Recuperado de [https://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=661648&fecha=15/09/2004#gsc.tab=0](https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=661648&fecha=15/09/2004#gsc.tab=0) el 10 de diciembre de 2020.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ª ed.). México D.F. McGraw –Hill.
- Hinojos Ramos, J. E., Romero Fonseca, F. W., y Farfán Márquez, R. M. (2020). Principios de diseño de tareas en socioepistemología. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 11, e708. doi: [http://dx.doi.org/10.33010/ie\\_rie\\_rediech.v11i20.708](http://dx.doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i20.708)
- Montalvo, R. (2012). *Historia de la trigonometría y su enseñanza*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.: Tesis para obtener el título de: Licenciada en Matemáticas. Recuperado de <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/RosalbaMontalvoAntolin.pdf> el 30 de noviembre de 2020
- Montiel Espinosa, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. México, CICATAIPN Unidad legaria México: Tesis de doctorado no publicada.
- Montiel, G. y Jácome, G. (2014). *Significados trigonométricos en el profesor*. Boletim de Educação Matemática Bolema 28(50),1193-1216. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291232906011.pdf> el 12 de febrero de 2021.
- Montiel, G., Scholz, O. A., (2015) *Construcción de significados de las Razones Trigonométricas en el contexto geométrico del círculo*. Instituto de Educación Media Superior. Cinvestav-IP. (México). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/10877/> el 18 de febrero de 2021.



**Revista MICA.**  
**Volumen 5 No. 10.**  
**ISSN: 2594-1933**  
**Periodo: Julio – Diciembre de 2022**  
**Tepic, Nayarit. México**  
**Pp. 24 - 35**  
**Recibido: 23 de septiembre de 2022**  
**Aprobado: 25 de noviembre de 2022**

**Vinculación matemáticas – química con uso de simulador  
virtual**

**Mathematics - chemistry link with the use of a virtual simulator**

José Trinidad Ulloa Ibarra  
jtulloa@uan.edu.mx  
Universidad Autónoma de Nayarit

Xiomara Natalie Alba Valenzuela  
xiomara.alba11@hotmail.com  
UACBI - UAN

Elsa García de Dios  
elsa.garcia@uan.edu.mx  
Universidad Autónoma de Nayarit

María Inés Ortega Arcega  
maria.arcega@uan.edu.mx  
Universidad Autónoma de Nayarit

## Vinculación matemáticas – química con uso de simulador virtual

### Mathematics - chemistry link with the use of a virtual simulator

#### Resumen

Se presenta un trabajo de investigación en desarrollo cuyo objetivo es proponer formas de vincular dos ciencias, se utiliza la socioepistemología con marco teórico y la ingeniería didáctica como metodología para su desarrollo. Un modelo es una representación física, matemática o lógica de un sistema, entidad, fenómeno o proceso mientras que se puede definir la simulación como un método para implementar un modelo a lo largo del tiempo. La simulación, según Shannon, es «el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y realizar experimentos con este modelo con el propósito ya sea de comprender el comportamiento del sistema o de evaluar varias estrategias para el funcionamiento del sistema». Hay muchos tipos diferentes de simulaciones Algunos de los enfoques más comunes incluyen eventos discretos, sistema continuo, basado en agentes, y la dinámica del sistema. Una característica común que comparten es generar o predecir un tiempo-historia artificial del sistema, permitiendo al observador o experimentador sacar inferencias sobre las características de funcionamiento del sistema real que se representa.

**Palabras clave:** simulador, matemáticas, química, modelación, vinculación.

#### Abstract

A research work in progress is presented whose objective is to propose ways to link two sciences, using socioepistemology with a theoretical framework and didactic engineering as a methodology for its development. A model is a physical, mathematical or logical representation of a system, entity, phenomenon or process while simulation can be defined as a method to implement a model over time. Simulation, according to Shannon, is "the process of designing a model of a real system and performing experiments on this model for the purpose of either understanding the behavior of the system or evaluating various strategies for operating the system." There are many different types of simulations. Some of the most common approaches include discrete event, continuous system, agent-based, and system dynamics. A common feature they share is generating or predicting an artificial time-history of the system, allowing the observer or experimenter to draw inferences about the operating characteristics of the real system being represented.

**Keywords:** simulator, mathematics, chemistry, modeling, bo entailment

## Introducción

Se presenta un trabajo de investigación en curso en donde se utilizan simuladores virtuales para proponer formas de vincular la matemática con las ciencias involucrando para ello aspectos de la modelación matemática.

Los procesos de modelación - simulación representan un enfoque multidisciplinario para resolver problemas que incluye matemáticas, ingeniería, física, ciencias sociales, computación, investigación médica, negocios, economía, etc. La simulación no es nueva; se remonta a los comienzos de la civilización, donde se usaba más comúnmente en la guerra. Con el desarrollo de las computadoras, la simulación pasó de los juegos de rol, donde las personas representaban los sistemas de interés, a la computadora, donde el software se desarrolla para codificar algoritmos que representan los sistemas de interés (Ingalls, 2011). Un modelo es una representación física, matemática o lógica de un sistema, entidad, fenómeno o proceso mientras que se puede definir la simulación como un método para implementar un modelo a lo largo del tiempo.

El modelado es una abstracción deliberada de la realidad. El mundo real es demasiado complejo para que los humanos lo entiendan por completo.

Se entiende por simulación la ejecución de un modelo en el tiempo. La simulación, según Shannon (1975), es “el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y realizar experimentos con este modelo con el propósito ya sea de comprender el comportamiento del sistema o de evaluar varias estrategias (dentro de los límites impuestos por un criterio o conjunto de criterios) para el funcionamiento del sistema”. Hay muchos tipos diferentes de simulaciones Algunos de los enfoques más comunes incluyen eventos discretos, sistema continuo, basado en agentes, y la dinámica del sistema (estos se describirán más adelante en el capítulo). Una característica común que comparten es generar o predecir un tiempo-historia artificial del sistema, permitiendo al observador o experimentador sacar inferencias sobre las características de funcionamiento del sistema real que se representa.

Laboratorios virtuales basado en simulación. Los laboratorios virtuales basados en simulación son herramientas virtuales, muchas en línea, de bajo coste (algunas de ellas gratuitas), que se plantean como una excelente alternativa en instituciones que no pueden adquirir implementos, equipos, e instrumentación de laboratorio reales debido al alto costo. Permite la visualización interactiva de aplicaciones de las leyes que rigen un fenómeno físico, no obstante, se advierte que son herramientas complementarias que no sustituyen las habilidades y destrezas en el manejo instrumental y de equipos que se pueden adquirir con los laboratorios reales.

Autores como Galicia et al. (2011), Ulloa y Arrieta (2010) y Landa (2008) han registrado la desvinculación que se da actualmente entre la matemática, la escuela y el entorno profesional y social, esta separación ocasiona que los estudiantes en la clase de matemática no encuentren la utilidad de muchos de los temas que se estudian y los docentes en algunas ocasiones no pueden dar una respuesta que satisfaga la inquietud, originando la pérdida de interés.

Esto hace necesario buscar formas de enlazar las matemáticas con las ciencias, siendo el uso del contexto una de las primeras en proponerse, aunque en ocasiones no le logra dejar de manera clara el aspecto de los temas de matemáticas en ese tipo de actividades (Ulloa, et al 2020).

Con relación a trabajos desarrollados se pueden citar el realizado por Alba, et al 2022 en el que se utiliza una plataforma virtual para el estudio de las funciones matemáticas; La implementación de un laboratorio virtual basado en la simulación de Villavicencio en 2021 en el que la propuesta es la mejora en rendimiento de la física; el de Herramientas digitales para la modelación desarrollado por Schonbrodt en 2022 en que que su propuesta se basa en el aprendizaje colaborativo.

El objetivo del trabajo es la elaboración de una actividad con base en laboratorios virtuales y que establezca un vínculo entre la química y las matemáticas. Este entrelazamiento se considera que además de tener un gran interés, permite que los estudiantes de matemáticas por medio de la actividad se den cuenta que en la química

existen y se requiere el uso de cálculos numéricos y algebraicos con lo que se elimina la pregunta “y esto para que me sirve”.

Por consiguiente, se establece la pregunta de investigación: ¿el uso de actividades realizadas en simuladores virtuales permite la vinculación de las matemáticas con otras ciencias como la química?

### **Marco Teórico)**

El desarrollo del trabajo toma como sustento a la Teoría Socioepistemológica, la cual desde sus planteamientos caracteriza al discurso Matemático Escolar (dME) que afecta a estudiantes y profesores, pues norma sus interacciones con un discurso vertical, que determina qué se debe enseñar, cómo se debe enseñar y qué se tiene que aprender, favoreciendo un único argumento y limitando las experiencias de los profesores y estudiantes (Cantoral, 2013). Se considera que el dME también afecta las concepciones de los profesores y estudiantes sobre el uso de la tecnología en las clases de matemáticas, pues esta es considerada como una herramienta ajena al conocimiento y su uso es únicamente para representar a un objeto matemático, excluyéndola del conocimiento de quien la usa (Briceño, 2008).

Los enfoques entorno a la integración de las tecnologías en la Educación Matemática, tienen un antecedente importante en los desarrollos tecnológicos recientes. Algunos enfoques teóricos han sido adaptados desde teorías existentes en educación matemática, buscando ir más allá, pero con nuevos énfasis que señalan un movimiento hacia marcos de trabajo hechos para investigar el aprendizaje y la enseñanza matemáticos dentro de ambientes tecnológicos (Pérez, 2014).

Otros enfoques actuales que han sido utilizadas para investigar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con el uso de una Tecnología Digital son la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) enfocada a la Aproximación Instrumental, la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS), la teoría de la Génesis Instrumental y el enfoque Seres-humanos-con-medios.

La aproximación antropológica comparte algunos presupuestos de la aproximación “sociocultural” en el campo de la Educación Matemática (Sierpiska & Lerman, 1996, citado por Artigue, 2002). En este sentido, se consideran las matemáticas como producto de la actividad humana, éstas dependen de los contextos sociales y culturales donde se desarrollan, es decir, desde una aproximación antropológica y socio cultural, los objetos matemáticos no son objetos absolutos, sino que tienen origen en las prácticas institucionales. Se considera que para entender el significado en la institución del “conocimiento/entendimiento de un objeto matemático” se deben identificar y analizar las prácticas que se dan en cuanto a visión y resultados de ese conocimiento.

La teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) (Duval, 1995; 2006) incluye nociones que permiten el análisis de los diversos tipos de representaciones materiales usadas en la realización de tareas matemáticas, las transformaciones de las mismas y el papel que juegan en la comprensión de las matemáticas. La disponibilidad y uso de diversos sistemas de representación semiótica, sus transformaciones y conversiones, se consideran imprescindibles para la comprensión, construcción y comunicación de las matemáticas. Asimismo, se asume que la producción y aprehensión de representaciones materiales no es espontánea y su dominio debe ser previsto en la enseñanza.

La Génesis instrumental establece que la disponibilidad de un artefacto que tiene la capacidad potencial de satisfacer las necesidades de un sujeto no es suficiente para que sea usado con arreglo a fines; en ese sentido, la disponibilidad de ordenadores y software para resolver tareas matemáticas en un ambiente escolar debe acompañarse de acciones específicas por parte del profesor para que los estudiantes usen los artefactos en sus procesos de aprendizaje de las matemáticas; el sujeto debe aprender a usar el artefacto para resolver problemas. La génesis instrumental refiere a una construcción progresiva de uso de un artefacto por un actor, con un propósito en un ambiente específico (Trouche, 2004).

La instrumentalización del artefacto ocurre cuando se le dota de potencialidades y se le transforma para aplicaciones específicas (Artigue, 2002). Trouche (2004) la define como un proceso de diferenciación del artefacto mismo que puede pasar por diferentes etapas: descubrimiento, personalización y transformación. La instrumentación,

por su parte, analiza la evolución de los esquemas de uso y su funcionamiento para comprender las limitaciones y potencialidades del instrumento.

Trouche (2004) la define como el proceso donde el instrumento afecta al sujeto; es decir, permite que el sujeto desarrolle su actividad y que elabore esquemas de acción instrumentada que le permitan construir conocimiento matemático. Artigue (2002) la define como una acción dirigida hacia el sujeto, y que cada vez lo conduce al desarrollo o a la apropiación de esquemas de acción instrumentada que están orientados hacia la comprensión de las potencialidades y de las limitaciones del artefacto, para un desarrollo óptimo en la solución de una tarea específica. Es así que un instrumento es concebido.

Borba y Villarreal (2005) usan el término Humans-with-Media para mostrar que los medios están en interrelación con los humanos y no como dos entes separados. De esta manera, los autores se fundamentan epistemológicamente en los planteamientos de Lévy (1993) quien, según Borba y Villarreal (2005), afirma que la tecnología y los artefactos deben ser vistos en interrelación con los seres humanos, de dicha interrelación depende la manera en que producimos conocimiento; según Lévy, las bibliotecas, las ciudades y los artefactos son parte de la manera en que conocemos

### **Metodología**

El trabajo se desarrolla utilizando a la ingeniería didáctica, misma que se introdujo en la didáctica de la matemática francesa para describir una manera de abordar el trabajo didáctico de manera similar al trabajo del ingeniero (Artigue et. Al 1995). Esta comparación se basa en el supuesto de que para realizar un proyecto el ingeniero se apoya en los conocimientos científicos de su dominio, acepta someterse a un control científico, pero al mismo tiempo, está obligado a trabajar sobre objetos mucho más complejos que los de la ciencia, y por tanto puede abordar problemas que la ciencia no puede tomar a su cargo todavía.

La característica que vale la pena resaltar es que en esta teoría la validación es esencialmente interna, fundada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. Para el desarrollo de este tipo de investigación se deben tener en cuenta las cuatro fases que

ésta presenta: a) Análisis preliminares; b) Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas; c) Experimentación; d) Análisis a posteriori y evaluación.

La población de estudio está constituida por 15 estudiantes de primer semestre de la licenciatura en ingeniería pesquera de la Universidad Autónoma de Nayarit. Se seleccionó este grupo que en esta etapa inician con la modelación matemática pero que no poseen un buen dominio de las bases para modelar. La investigación que se realiza está basada en la plataforma Phet , específicamente con el simulador de química “Concentración” , figura 1.

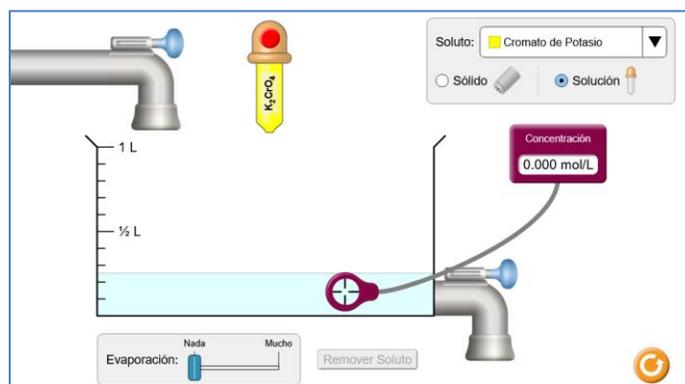


Figura 1. Simulador de concentración

La finalidad desde la matemática es trabajar con modelos polinomiales específicamente de segundo grado. Para el análisis desde la química, en las actividades se plantean preguntas como; al utilizar un soluto de Nitrato de Cobalto:

¿Qué acciones incrementarán la concentración de la solución?

1) Agregar más $\text{Co}(\text{NO}_3)_2$ 2) Evaporar el agua 3) Abrir la llave de abajo	A. Solo 1) B. 1) y 2) C. 2) y 3) D. 1) y 3) E. Todos ellos
--	--

¿Qué acciones cambiarán el número de moles del soluto dentro del contenedor?

1) Agregar más $\text{Co}(\text{NO}_3)_2$ 2) Evaporar el agua	A. Solo 1) B. Solo 2)
--	--------------------------

3) Abrir la llave de abajo	C. Solo 3) D. 1) y 2) E. 2) y 3)
----------------------------	--

¿Qué le pasará a la concentración y al número de moles si se agrega agua?

Concentración	Numero de moles
A. Incrementa	Decrece
B. Incrementa	Incrementa
C. No cambia	No cambia
D. Decrece	Decrece
E. Decrece	No cambia

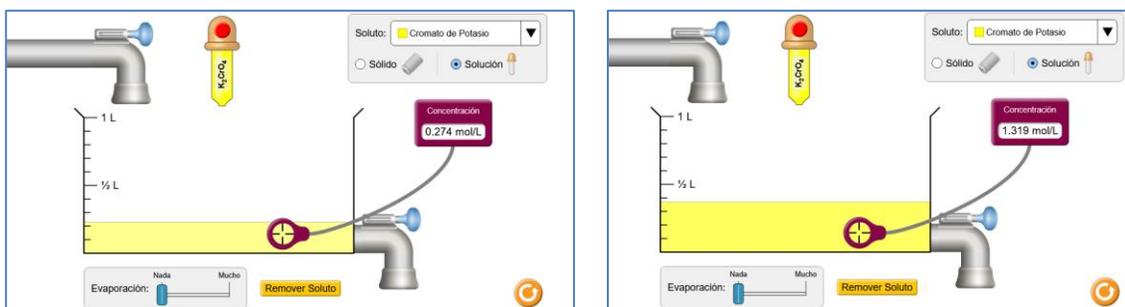


Figura 2. Toma de datos

Para la matemática – Modelación se pide que tomen datos, figura 2 y completen tablas como la siguiente:

Solutos Usados: Cromato de Potasio en mililitros. Obtén al menos 20 datos

Cantidad de mililitros de soluto	Concentración (mol/L)	Color

Una vez realizada la toma de datos, se pide los grafiquen y enseguida que caractericen la curva y posteriormente propongan un modelo con base a los métodos descritos anteriormente en la clase. Con base en la metodología se realizan cuatro intervenciones con estudiantes, en la primera se desarrolla la situación a didáctica, en la segunda y tercera se trabajan dos situaciones didácticas y en la cuarta se aplica nuevamente la situación a didáctica con el fin de realizar la validación de los aprendizajes alcanzados a través de la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. Cada sesión tuvo una duración aproximada de 2 horas de trabajo. Por último, se pide que encuentren y demuestren la relación entre el modelo obtenido y diferentes concentraciones

### **Resultados y Conclusiones**

Con este trabajo se espera contribuir al mejoramiento de conceptos de las matemáticas y la química para así establecer la vinculación entre las dos asignaturas todo ello con base en el uso de la tecnología y de esta manera lograr mejores resultados en los estudiantes quienes además se motivarán al convertirse en actores de la adquisición de sus conocimientos.

Para presente investigación se logró identificar que el simulador Phet aplicable a la química y dadas las características de su uso en línea o descargarla a la computadora, ofrece una simulación gratuita e interactiva que no requiere el uso del internet de forma continua. Este simulador se encuentra en la sección de simulaciones de química en el sitio web <https://phet.colorado.edu/es/simulations/concentration>. Pero ya que está construido en html5 es posible descargarlo y usarlo tanto en computadoras como en tabletas o teléfonos celulares, lo que representa una ventaja adicional.

Los resultados obtenidos a la fecha muestran que los estudiantes al inicio no están acostumbrados al uso de los simuladores por lo que se manifiestan muchas dudas, las que a medida que se avanza en las actividades van disminuyendo. De igual manera queda de manifiesto que las actividades propician el trabajo colaborativo por lo que deben establecerse como parte de éstas las dos modalidades: individual y en equipo.

### **Referencias**

- Alba, X.; Ulloa, J.; Ortega, M.; Cancino, P. (2022). Estudio de funciones con base en el uso de plataformas. MICA vol. 5 No. 10
- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7, 245-274
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*
- Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking*. New York: Springer.
- Briceño, E. (2008). El uso de las gráficas desde una perspectiva instrumental. Un estudio socioepistemológico. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav IPN, D.F., México.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Switzerland: Peter Lang.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Ingalls, R. (2011), *Introduction to Simulation, Proceedings of the Winter Simulation Conference, 2011*.
- Galicia A., Díaz L. y Arrieta J. (2011). Práctica social de modelación del ingeniero bioquímico: Análisis microbiológico. En CIAEM (Ed.), *Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recuperado de [http://www.lematec.no-ip.org/CDS/XIIICIAEM/index.html?info\\_type=fulllist&lang\\_user=en](http://www.lematec.no-ip.org/CDS/XIIICIAEM/index.html?info_type=fulllist&lang_user=en)
- Landa, L. (2008). Diluciones seriadas y sus herramientas, una práctica de estudiantes de ingeniería bioquímica al investigar la contaminación del río de la Sabana, (Tesis de maestría no publicada). Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.
- Lévy, P. (1993). *As tecnologias da inteligência. O futuro do pensamento na era da informática*. Traducción de C. Costa. São Paulo: Editora 34
- Pérez, C. (2014). Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la educación matemática. *Perspectiva Educacional. Formación de Profesores*. Vol. 53(2), Pp. 129-150. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
- Shannon, R. (1975). *Systems Simulation: The Art and Science*, Prentice-Hall
- Schonbrody, S.; Wohak, K.; Karlsrube, M. (2022). Digital Tools to Enable Collaborative Mathematical Modeling Online. *Modelling in Science Education and Learning* Volume 15 (1), 2022 doi: 10.4995/msel.2022.16269.

- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281–307
- Ulloa, J.; Uribe, N.; Flores, J.; Ortega, M. (2020). Análisis numérico para la determinación de modelos potenciales en la Lobina Negra *Micropterus Salmoides* (Lacépède, 1802). *Acta Pesquera*, Vol. 6, No. 11. Universidad Autónoma de Nayarit
- Ulloa, J.; Arrieta, J. (2010). La deconstrucción como estrategia de la modelación. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 479-488. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Villavicencio, J. (2021). Implementación del Laboratorio Virtual basado en Simulación PhET para la mejora del rendimiento académico en la asignatura de Física. Estudio de caso: Unidad Educativa José Domingo de Santistevan. Tesis de Maestría no publicada, Tecnológico de Monterrey



Revista MICA.  
Volumen 5 No. 10.  
ISSN: 2594-1933  
Periodo: Julio – diciembre de 2022  
Tepic, Nayarit. México  
Pp. 36 - 47  
Recibido: 07 de noviembre de 2022  
Aprobado: 23 de diciembre de 2022

## **El precio de la calidad del aire en Tepic Nayarit**

**The price of air quality in Tepic Nayarit**

Juan Luis Hernández Méndez

[juan.l@uan.edu.mx](mailto:juan.l@uan.edu.mx)

Universidad Autónoma de Nayarit

Georgina Elizabeth Partida López

[gina.partida@uan.edu.mx](mailto:gina.partida@uan.edu.mx)

Universidad Autónoma de Nayarit

Diego Alberto Aguilar Ventura

[diego.aguilar@uan.edu.mx](mailto:diego.aguilar@uan.edu.mx)

Universidad Autónoma de Nayarit

Gabriel Enríquez Peña

*Universidad Autónoma de Nayarit*

[gabriel.enriquez@uan.edu.mx](mailto:gabriel.enriquez@uan.edu.mx)

## **El precio de la calidad del aire en Tepic Nayarit**

### **The price of air quality in Tepic Nayarit**

#### **Resumen**

En este documento se presenta una investigación mixta, dado que se recolectan datos cualitativos y cuantitativos. El problema que se aborda es el daño generado al medio ambiente y principalmente a la calidad del aire en Tepic Nayarit derivado de la eliminación indiscriminada de los convertidores catalíticos o catalizadores. El objetivo de esta investigación es describir la importancia de los catalizadores de los vehículos para la eliminación de las emisiones contaminantes. Los instrumentos de investigación fueron, la entrevista a compradores y técnicos especialistas en el ramo automotriz y revisión bibliográfica. Los resultados encontrados fueron que los catalizadores contienen tres metales preciosos los cuales son muy costosos y que este dispositivo elimina hasta el 80% de los gases contaminantes emitidos por un vehículo.

**Palabras clave:** Calidad ambiental, Contaminante, medio ambiente.

#### **Abstract**

This document presents a mixed investigation, since qualitative and quantitative data are collected. The problem that is addressed is the damage generated to the environment and mainly to the air quality in Tepic Nayarit derived from the indiscriminate elimination of catalytic converters or catalysts. The objective of this research is to describe the importance of vehicle catalysts for the elimination of polluting emissions. The research instruments were the interview with buyers and specialist technicians in the automotive field and bibliographic review. The results found were that the catalysts contain three precious metals which are very expensive and that this device eliminates up to 80% of the polluting gases emitted by a vehicle.

**Keywords:** environmental quality, pollutant, environment

## **Introducción**

Más de 8,000 californianos han informado que les robaron su catalizador automotriz en los primeros cinco meses del 2021 (Igliozzi, 2021). Pero no solo fueron ellos, esta práctica ya tiene algunos años en varias partes del mundo, sin embargo, se agudizó con la pandemia de Coronavirus 2 o síndrome respiratorio agudo severo (SARS-CoV-2). La cual modificó la forma de vida y con ello la situación económica, provocando un aumento en los casos de robos de catalizadores, esto debido a que dichos catalizadores son muy valorados en un nuevo mercado derivado del robo de autopartes. En el caso de Zurich, el número de robos en el 2021 fue el doble de los que se produjeron en 2019 y 2020 (Andreu & Savino, 2021).

La ciudad de Tepic no fue la excepción, ya que existe este mismo fenómeno, sin embargo, la falta de regulación en las emisiones contaminantes limita la captación de información del número de catalizadores automotrices eliminados de los vehículos que circulan en la capital Nayarita.

Para (Moreno, 2016) el invento de Henry Ford de cadena de montaje o serie permitió que la producción de coches de gasolina fuera más barata y con esto logró ponerlos al alcance de la clase media y así fue como dio inicio al crecimiento exponencial de la venta de los vehículos automotores hasta nuestros días. Tanto que según (Andara, 2020) hoy en día hay más de mil millones de vehículos en el mundo y dentro de 20 años, el número se duplicará, en gran parte como consecuencia del crecimiento explosivo de China e India, además de que un alto porcentaje de estos vehículos son de combustión interna y parece que esa tendencia se mantendrá.

Los automotores regularmente vienen equipados con motores de combustión interna los cuales utilizan diferentes combustibles para su funcionamiento, los que funcionan con chispa se caracterizan por utilizar bujías de encendido, este sistema usa siempre gasolina, gas lp o etanol. Los motores diesel o biodiesel su encendido es por compresión, en ambos casos emiten varios elementos a la atmósfera como óxido de nitrógeno (NOX), hidrocarburos (HC), dióxido de azufre (SO<sub>2</sub>), dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) y monóxido de carbono (CO), mismos

elementos que salen de la combustión. Para mitigar estos desechos los vehículos fueron equipados con un sistema anticontaminante el cual está compuesto por un canister, válvula PCV (Sistema de Ventilación de Gases del Cáster), válvula EGR( Recirculación de Gases de Escape) y el catalizador o convertidor catalítico, estos sistemas fueron integrados gracias a que han existido distintas regulaciones en este sector.

El primero en establecer medidas para mitigar la contaminación generada por los MCI (Motores de Combustión Interna) fue Estados Unidos. En 1963 promulgó el Acta del Aire Limpio (Clean Air Act, CAA) y ordenó adoptar estándares de control de la calidad del aire a nivel mundial. Posteriormente, la Clean Air Act Ammendment (CAAA) enmendó la CAA en 1970, estableciendo la meta de reducción del 90% de emisiones en automóviles de gasolina nuevos a partir de 1975 y en este mismo año se incorpora la primera generación de convertidores catalíticos (Two Way Catalytic Converter, TWC) para reducir las emisiones de hidrocarburos no quemados (HC) y de monóxido de carbono (CO), lo que requirió emplear gasolina sin plomo.

Se ha venido avanzando en estas regulaciones las cuales se han desarrollado por todo el mundo. Las restricciones legales más importantes según (Sandoval Sarrias & Ramírez Sanabria, 2019) en las emisiones de los gases de escape de los vehículos automotores son

- La regulación CARB (California Air Resources Board, Junta de Recursos del Aire de California).
- La regulación EPA (Enviromental Protection Agency, Agencia de Protección del Medio Ambiente) de EUA.
- La regulación EURO (Unión Europea).
- La regulación japonesa.

Estas regulaciones lo que buscan es proteger en un sentido amplio la salud de las personas y los ecosistemas, aunque desafortunadamente en países como México existen gobiernos locales que aún no terminan de establecer políticas de calidad del aire que limitan las concentraciones máximas permisibles de contaminantes.

El (Condori Marza, 2015) elaboró algunas pruebas a vehículos con catalizador y sin catalizador para determinar si realmente ayudaba a la eliminación del monóxido de carbono, hidrocarburos y óxidos de nitrógeno Nox y lo que obtuvo fue:

Tabla 1

Resultados de las mediciones de gases de escape sin el convertidor catalítico			
%	Prueba VEH.1 Promedio	Prueba VEH.2 Promedio	VALORES MÁXIMOS DE REFERENCIA NB62002
CO	2.49	2.20	2.5
CO <sub>2</sub>	13.57	11.78	-
O <sub>2</sub>	9.83	10.49	-
HC (ppm)	55.66	53.00	450

Nota: De mantenimiento, reciclaje y renovación de catalizadores de automóviles de J. Condori, 2015, *Revista tecnológica* 11 (17).  
([http://www.revistasbolivianas.ciencia.bo/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1729-75322015000100001&lng=pt&nrm=iso](http://www.revistasbolivianas.ciencia.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1729-75322015000100001&lng=pt&nrm=iso))

Tabla 2

Resultados de las mediciones de gases de escape con el convertidor catalítico			
%	Prueba VEH.1 Promedio	Prueba VEH.2 Promedio	VALORES MÁXIMOS DE REFERENCIA NB62002
CO	0.30	0.31	2.5
CO <sub>2</sub>	13.48	11.76	-
O <sub>2</sub>	9.30	9.98	-
HC (ppm)	45.6	26.00	450

Nota: De mantenimiento, reciclaje y renovación de catalizadores de automóviles de J. Condori, 2013, *Revista tecnológica* 11 (17).  
([http://www.revistasbolivianas.ciencia.bo/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1729-75322015000100001&lng=pt&nrm=iso](http://www.revistasbolivianas.ciencia.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1729-75322015000100001&lng=pt&nrm=iso))

En las tablas anteriores se observa una notable reducción en la cantidad de CO que se emite a la atmósfera y una reducción en la cantidad de hidrocarburos HC no quemado en el vehículo que estaba equipado con un catalizador.

El objetivo de esta investigación es poder describir la importancia del catalizador automotriz y el daño que se está generando al medio ambiente con la venta y robo del mismo ya que en la ciudad de Tepic se está llevando a cabo esta práctica indiscriminadamente, además de conocer por que se ha vuelto tan comercial dicho catalizador y poder ubicar cuales son los gases contaminantes que elimina en un vehículo.

### **Materiales y métodos**

Esta investigación es cualitativa no experimental transversal, dado que se recolectan datos en un solo momento y en una sola ocasión, es de tipo descriptivo dado que se van a describir la influencia que tienen los convertidores catalíticos en la calidad del aire de Tepic Nayarit.

### **Participantes:**

En esta investigación se entrevistó a técnicos en el área automotriz, a dueños de talleres automotrices, a compradores ambulantes de catalizadores, compradores establecidos y usuarios de vehículos.

### **Técnicas e instrumentos**

Entrevista no estructurada para la obtención de información en relación a componentes, funcionamiento, precio de compra de un catalizador usado y su destino una vez eliminado de un vehículo.

En la investigación documental se recopilaron datos de investigaciones referentes al impacto que tienen los catalizadores automotrices en la calidad del aire siendo este el mayor agente en la disminución de algunos gases contaminantes emitidos por vehículos como monóxido de carbono, dióxido de carbono y óxidos de nitrógeno e hidrocarburos.

### **Procedimiento**

Para la recolección de datos se solicitó el consentimiento informado a los participantes de la investigación que se estaba llevando a cabo para que nos compartieran a partir de su experiencia todos los datos que aquí se plasman.

## Resultados y discusiones

De la revisión bibliográfica podemos encontrar que la operación del transporte terrestre es una de las principales causas de los impactos negativos que se producen al medio ambiente; tales efectos son las emisiones contaminantes, el ruido, la basura, y los accidentes de tránsito, entre otros, además la energía que se utiliza (Tipanluisa et al., 2017), representa más del 25% del suministro de energía del mundo, la demanda mundial de petróleo se concentra en este sector con más del 50%.

Un catalizador o convertidor catalítico es un elemento fundamental del sistema anticontaminante de un vehículo automotor, este está compuesto por tres metales (platino, paladio y rodio) estos tres materiales se encuentran dentro de un soporte cerámico con una estructura especial en forma de panal al interior del sistema de escape, la manera más eficiente de identificarlo a simple vista es ubicarlo entre los dos sensores de oxígeno, los cuales van montados en el tubo de escape.

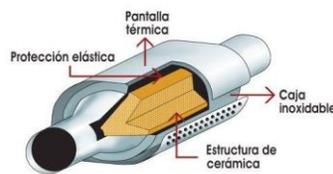


Figura 1.1

En esta imagen podemos observar como se ve un catalizador seccionado

Fuente: (Mecánica en acción, 2022)

El catalizador o convertidor catalítico es el principal elemento del sistema anticontaminante de un vehículo ya que ayuda a la eliminación de los gases generados por la combustión, sin

embargo, los elevados costos de los metales utilizados en el convertidor catalítico han influido en la eliminación de este catalizador, y aún más en lugares en donde no existen verificaciones vehiculares que determinen con exactitud la cantidad de gas contaminante que se emite.

La fluctuación del precio de los metales de los cuales está compuesto un catalizador (paladio, rodio y platino) comparado con el precio del oro en los últimos cinco años, nos da la base para entender por qué son tan codiciados estos elementos.

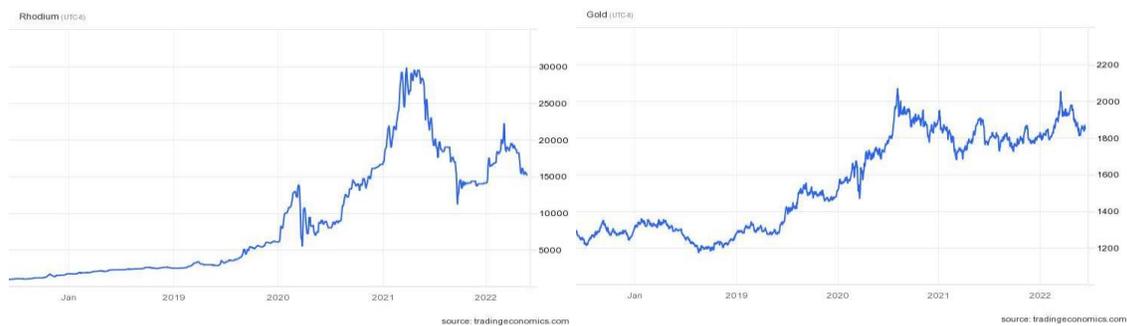


Figura 1.2

En la figura 1.2 podemos observar una comparativa entre el rodio y el oro donde es clara su diferencia de precios y la constante alza del precio de este codiciado metal, ya que según la (BBC, 2018) en el mundo no existen minas de rodio, este se obtiene como subproducto en minas de platino y níquel, en África podemos encontrar el 80% de su producción y el segundo productor de este material es Rusia.

Se le considera el metal más caro del mundo habiendo llegado a un precio de 2350 dólares por onza (28grs.).

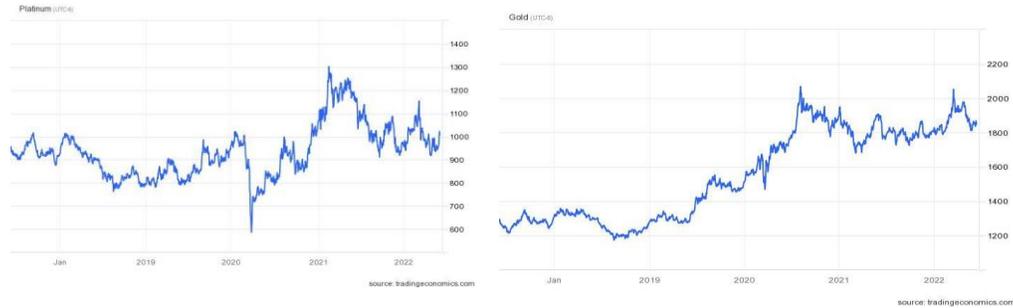


Figura 1.3

En la figura 1.3 podemos observar cómo se mantuvo el precio del platino desde el 2018 hasta finales del 2019 y fue a principios del 2020 que su precio estuvo por debajo de los 600 dólares la onza, en el segundo trimestre del 2020 fue incrementando su precio hasta llegar a los 1,300 dólares la onza.

El Platino es un metal muy utilizado en diversas aplicaciones y sectores como la industria automotriz, la joyería, la química, eléctrica, electrónica, petrolera y además de usos médicos, esto por su gran resistencia química, por sus propiedades físicas a temperaturas altas y por sus propiedades eléctricas.

Actualmente Sudáfrica es quien cuenta con las reservas de Platino más importantes del mundo (más del 70%), sólo entre Sudáfrica y Rusia se genera el 90% de su producción a nivel mundial, esto representa aproximadamente 15 toneladas anuales.

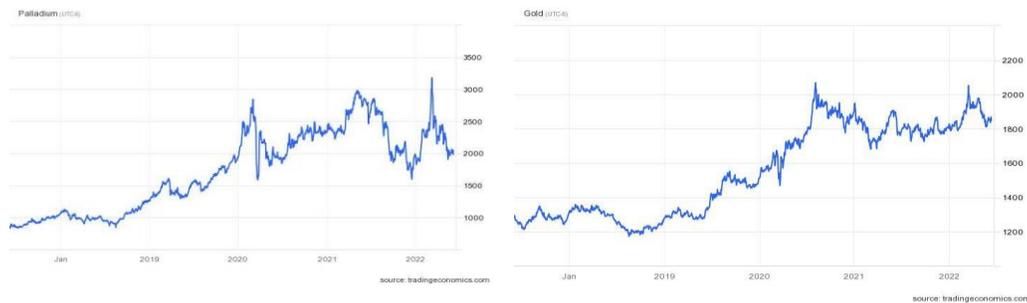


Figura 1.4

En la figura 1.4 podemos observar que el precio del paladio siempre se ha mantenido por encima del precio del oro dado que se encuentra en muchos productos, como, computadoras, teléfonos móviles, contactos eléctricos y televisores, además de ser muy importante en áreas como medicina y odontología sin dejar fuera a la purificación de hidrógeno y en el tratamiento de aguas subterráneas.

Rusia es el principal productor de paladio, con al menos el 50% de participación mundial, seguido por Sudáfrica, Canadá y Estados Unidos, esto según (Statista, 2022).

Según cifras del (INEGI, 2020) el parque vehicular en el estado de Nayarit se incrementó de 34,249 en el año 1980 a 494,810 al 2020 sin embargo aún no se cuenta con una política que prevenga la contaminación atmosférica derivada de las emisiones vehiculares, esto contribuye a que sea una localidad en la cual se lleven a cabo diversos robos de catalizadores o incluso compra venta sin que exista restricción alguna, sin embargo sí existe una propuesta según (ProAire Nayarit, 2017) en la Medida 4. Se pretende el Diseño e implementación del Programa de Verificación Vehicular en el estado de Nayarit el cual consiste en verificar el cumplimiento de la normatividad ambiental relacionada con la emisión de contaminantes atmosféricos provenientes del escape de los vehículos automotores en circulación.

Por otra parte, la situación de no contar con datos estadísticos es muy preocupante ya que según (Condori Marza, 2015) el catalizador de un vehículo elimina hasta el 80% de los gases contaminantes emitidos por la combustión de un motor.

### **Conclusiones**

El catalizador es el elemento más costoso del sistema anticontaminante de un vehículo, sin embargo, es importante que el vehículo cuente con todos sus elementos anticontaminantes en buenas condiciones ya que estos nos ayudan a eliminar los gases que se emiten de la combustión, mismos que nos permiten disminuir la contaminación de los vehículos. Es importante que las personas conozcan esta información para que cuando se les presente la oportunidad de vender su catalizador o piensen en hacerlo analicen que el dinero que ganen con ello no será suficiente ya que esto dañara el medio ambiente y con ello su salud a corto

o mediano plazo, pero de nada sirve conservarlo si ya no está cumpliendo su función por ello debe revisarse constantemente y reemplazarse por uno nuevo.

Por otra parte, la falta de un laboratorio ha generado desconocimiento en los usuarios y esto a aumentado la compra venta indiscriminada de los catalizadores debido a los costosos materiales que este contiene.

## Referencias

- Andara, R. (2020). Usabilidad, impactos ambientales y costos de los vehículos de combustión interna. *TRIM*, 17, 111-125. Retrieved 25 de Septiembre de 2021, from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7864038>
- Andreu, M., & Savino, T. (22 de October de 2021). *Catalizadores de coche: por qué aumentan los robos y cuál es su precio*. Retrieved 14 de March de 2022, from La Vanguardia: <https://www.lavanguardia.com/motor/actualidad/20211022/7754945/robo-catalizador-coche-precio-reparacion.html>
- Condori Marza, J. (2015). Mantenimiento, reciclaje y renovación de catalizadores de automóviles. *Rev Tecnológica*, 11(17), 5-11. Retrieved 10 de Septiembre de 2021, from [http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1729-75322015000100001&lng=es&nrm=iso](http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1729-75322015000100001&lng=es&nrm=iso)
- Igliozzi, A. (22 de October de 2021). *Aquí te explicamos que carros son mas propensos a ser víctimas de robo de catalizadores*. Retrieved 14 de March de 2022, from Univision: <https://www.univision.com/local/sacramento-kuvs/que-carros-son-mas-propensos-a-ser-victimas-de-robo-de-catalizadores>
- INEGI. (2020). *Vehículos de motor registrados en circulación*. Retrieved 14 de 03 de 2022, from INEGI: [https://www.inegi.org.mx/sistemas/olap/consulta/general\\_ver4/MDXQueryDatos.asp?#Regreso&c=](https://www.inegi.org.mx/sistemas/olap/consulta/general_ver4/MDXQueryDatos.asp?#Regreso&c=)
- Moreno, M. (Mayo de 2016). Vehículos Eléctricos. Historia, Estado Actual Y Retos. *European Scientific Journal*, 118-131.
- ProAire Nayarit. (2017). *Programa de gestión para mejorar la calidad del aire en el estado de Nayarit 2017-2026*. Nayarit.

- Sandoval Sarrias, J., & Ramírez Sanabria, A. E. (11 de Abril de 2019). Catalizando aprendizajes: estrategias metodológicas basadas en las propuestas CTS y ESPC para la enseñanza de la catálisis. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 213-221. Retrieved 10 de Agosto de 2021, from <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/9848>
- Tipanluisa, L., Remache, A., Ayabaca, C., & Reina, S. (2017). Emisiones Contaminantes de un Motor de Gasolina. *Información Tecnológica Vol. 28*, 3-12. Retrieved 5 de Septiembre de 2021, from [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0718-07642017000100002&script=sci\\_abstract](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0718-07642017000100002&script=sci_abstract)



Revista MICA.  
Volumen 5 No. 10  
ISSN: 2594-1933  
Periodo: Julio – Diciembre 2022  
Tepic, Nayarit. México  
Pp. 48 - 54  
Recibido: 29 de noviembre de 2022  
Aprobado: 20 de diciembre de 2022

**La enseñanza- aprendizaje de convergencia y divergencia de series infinitas**  
**The teaching-learning of convergence and divergence of infinite series**

María Inés Ortega Arcega  
Universidad Autónoma de Nayarit  
[maria.arcega@uan.edu.mx](mailto:maria.arcega@uan.edu.mx)

Ana Luisa Estrada Esquivel  
Universidad Autónoma de Nayarit  
[ana.estrada@uan.edu.mx](mailto:ana.estrada@uan.edu.mx)

José Trinidad Ulloa Ibarra  
Universidad Autónoma de Nayarit  
[jtulloa@uan.edu.mx](mailto:jtulloa@uan.edu.mx)

María Teresa Casillas Alcalá  
Universidad Autónoma de Nayarit  
[Terecasillas07@uan.edu.mx](mailto:Terecasillas07@uan.edu.mx)

## **La enseñanza- aprendizaje de convergencia y divergencia de series infinitas**

### **The teaching-learning of convergence and divergence of infinite series**

#### **Resumen**

En este documento se presenta una investigación bibliográfica de tipo descriptiva acerca de las series finitas e infinitas. El propósito de la investigación fue la búsqueda de soluciones a los problemas presentados en la enseñanza y aprendizaje. Las principales dificultades que se encontraron fueron de carácter cognitivo. Se concluye que debido a la existencia del problema de enseñanza-aprendizaje de las series finitas e infinitas la necesidad de generar estrategias que fortalezcan la labor docente.

**Palabras clave:** Aprendizaje, series finitas e infinitas, convergencia

#### **Abstract**

This document presents a descriptive bibliographical research about finite and infinite series. The purpose of the research was the search for solutions to the problems presented in teaching and learning. The main difficulties found were of a cognitive nature. It is concluded that due to the existence of the teaching-learning problem of finite and infinite series, the need to generate strategies that strengthen the teaching work.

**Keywords:** Learning, finite and infinite series, convergence

### **Introducción**

El problema de la investigación fueron los obstáculos en el aprendizaje de series infinitas. Las causas de esta problemática son referidas desde diversas aristas. Bustos (2018) refiere que la “noción de infinito forma parte del lenguaje matemático durante toda la escolaridad” (p. 18), sin embargo, asegura que la definición de infinito es contradictoria en los estudiantes, poseen una comprensión débil y tienen dificultades conceptuales cuando requieren aplicarla. Refiere el autor que esta situación también fue observada por otros autores entre los que cita a Fischbein *et al.* (1979), Sierpinski (1985), Cornu (1983), Moreno y Waldegg (1991, 1995) y Artigue (1995).

Bustos (2018) argumenta “*el infinito es uno de los obstáculos más difíciles de superar en la enseñanza de las matemáticas y que esta situación hace crisis en el momento de enfrentar los conceptos formales del Cálculo y el Análisis Matemático*” (p. 20)

Román (2014) menciona que los problemas de aprendizaje del análisis de las series infinitas son de corte epistemológicos, didácticos y cognitivos. Los problemas epistemológicos, referidos al nacimiento del concepto de las series y que provocan confusiones en los estudiantes sobre la convergencia de las mismas. Los problemas didácticos definidos en la forma en que se aborda en libros de textos y en el trabajo en las aulas, así como la falta del dominio del tema para enseñar. En relación a los problemas cognitivos, mencionan que descansan en las teorías existentes de aprendizaje y que muchas veces se relaciona la falta de la disposición del estudiante para aprender.

Román (2014) concluye que los problemas que se encontraron en los estudiantes son concepciones limitadas sobre el concepto de serie y no distinguen entre una serie finita y una serie infinita; es más, caen en contradicciones sobre un mismo concepto así también que los estudiantes cometen errores al calcular la suma de una serie infinita.

El objetivo de esta investigación fue realizar una búsqueda bibliográfica acerca de las problemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de convergencia y divergencia de series infinitas.

### **Metodología**

Se realizó una búsqueda bibliográfica a través de internet en revista de catálogos de calidad, tales como, Isi Web of Knowlegde, Redalyc, pkp index, Rootindexing, Google scholar , Erihplus, Index Copernicus, Latindex, Infobase, Miar, Academic Resource Index, Cite Factor, BASE, LivRe, Latinrev, Euro Pub, REDIB, ROAD y DOAJ y Dialnet, utilizando “Problemas de aprendizaje de series y sucesiones” “series infinitas” “convergencia y divergencia” “propuestas de enseñanza de series” como palabras clave.

## Resultados y Conclusiones

En este apartado se presenta un análisis bibliográfico alrededor de la enseñanza y aprendizaje. De cada uno se describe: el problema, los objetivos, la metodología y resultados.

Bustos (2018) realizó una investigación acerca de los errores y dificultades en el concepto del infinito, refiere que el “infinito es uno de los obstáculos más difíciles de superar en la enseñanza de las matemáticas y que esta situación hace crisis en el momento de enfrentar los conceptos formales del Cálculo y el Análisis Matemático” (p. 20); con el objetivo de identificar errores, dificultades y obstáculos asociados al infinito en profesores de matemática en formación al término de su enseñanza universitaria.

La metodología utilizada en esta investigación fue cualitativa, de tipo descriptiva y exploratoria, se diseñaron estudios de casos con una muestra de 12 estudiantes de último año de pedagogía en matemáticas de dos universidades, seis participantes de cada institución. Se diseñaron y validaron dos instrumentos, un cuestionario y una encuesta (Bustos, 2018)

En los resultados, se encontraron dificultades, errores y obstáculos alrededor del concepto de infinito matemático en estudiantes que estaban a punto de comenzar su labor profesional como docentes de matemáticas. Se muestra que las dificultades para conceptualizar el infinito no se encuentran solamente en los estudiantes sino también en los profesores. Lo que representa la necesidad de implementar propuestas de enseñanza que fortalezcan el aprendizaje del concepto de infinito y disminuyan la frecuencia de cometer errores, dificultades y obstáculos (Bustos, 2018).

Román (2014) en su trabajo de tesis presenta un análisis de los obstáculos que afloran en la enseñanza-aprendizaje de las series infinitas en un salón de clases. El objetivo de la investigación fue encontrar los obstáculos epistemológicos, didácticos y cognitivos que surgen en la enseñanza y el aprendizaje de las series infinitas. La metodología fue de enfoque cualitativo, descriptivo a través de estudio de casos. La estrategia consistió en observar el desarrollo del tema de series infinitas en un salón de clases, tomando en cuenta al estudiante y al docente.

Los instrumentos que se utilizaron fueron cuestionarios diseñados con problemas de series y conceptos que provocan dificultades para la enseñanza y el aprendizaje, algunos errores fueron provocados intencionalmente con el fin de recabar información para discernir y descubrir los obstáculos y las creencias de los estudiantes sobre la posible extensión de algunas de las propiedades del campo de los números reales; es decir ¿Está presente el principio de permanencia de Leibniz como obstáculo epistemológico? (Román, 2014).

Como resultado se encontró que los estudiantes presentan obstáculos cognitivos sobre la serie numérica (tanto finita como infinita) pues la confunden con una sucesión numérica. No alcanzan a distinguir que la serie numérica es una sucesión de sumas parciales. También se encontró que en la internet presenta obstáculos didácticos, pues los conceptos de sucesión y de serie se manejan como indistintos, lo cual constituye un obstáculo cognitivo para los estudiantes, ya que estos se quedan con esa noción y no llegan a la definición precisa del concepto de la serie infinita. (Román, 2014).

Un resultado destacado fue un obstáculo cognitivo donde una serie finita no puede ser una serie infinita, el autor concluye que prevalece la idea de que lo finito y lo infinito son conceptos antagónicos. El autor concluye que un obstáculo epistemológico o didáctico siempre genera un obstáculo cognitivo, además asegura que existen obstáculos epistemológicos que el docente no puede evitar, como lo haría con los obstáculos didácticos los cuales resolverá modificando su práctica docente (Román, 2014).

Martínez-Planell *et. al* (2011) realizó una investigación acerca de la gran dificultad de los estudiantes para interpretar el concepto de serie infinita, situación referida desde 1987 por Sierpinska, posteriormente en 2000 por Bagni también es mencionado. Aseguran los autores que el razonamiento intuitivo de series infinitas es un obstáculo para su entendimiento formal. Refiere que conocer cómo construyen el concepto los estudiantes es importante para guiarlos a un mejor entendimiento del concepto. Los conceptos que se estudiaron fueron SERLIST definida como una serie que se interpreta como una suma infinita, mientras que en la conceptualización SERFUNC, definida como una sucesión de sumas parciales.

El enfoque de la investigación fue cualitativa, a través de entrevistas con duración de 45 minutos a una hora. Se seleccionaron 14 estudiantes de licenciatura, eran estudiantes

destacados con calificaciones altas. El instrumento consistió en un cuestionario de tres preguntas y una entrevista. Encontraron que 12 de los 14 estudiantes entrevistados tuvieron gran dificultad en construir una noción de serie como sucesión de sumas parciales. Concluyen que se requiere realizar más investigaciones acerca de los conceptos de series finitas e infinitas.

Codes y González (2017) destacan que los problemas de comprensión de las series infinitas son contenidos que anteceden al concepto tales como función, límite, sucesión e infinito y propone actividades diseñadas ad hoc sustentadas en la teoría APOE, (acción, proceso, objeto y esquema) y la propuesta de Brown sobre los modos de conocer un proceso interactivo infinito. La metodología usada fue un estudio de casos, en el que se analizaron las respuestas de dos grupos (s1 y s3) de estudiantes de un total de 6 grupos de primer año de ingeniería informática, se grabaron todas las sesiones de clase mientras se trabajaba se emplearon tres fuentes distintas: Los apuntes de los alumnos, las grabaciones de las conversaciones mientras resolvían los ejercicios y la captura de todo lo que acontecían en la pantalla del ordenador donde trabajaron con el software maple.

Los resultados arrojados de la propuesta fue que los dos grupos (s1 y s2) sometidos al estudio ejecutaron acciones para obtener el término de una sucesión con lo que contribuyen a una concepción acción de las sumas parciales, así mismo logran la interiorización de esas acciones cuando obtienen una expresión general de dicha expresión.

Del resultado del análisis bibliográfico, se concluye la existencia del problema de enseñanza-aprendizaje de las series finitas e infinitas; y como consecuencias, la necesidad de generar estrategias que fortalezcan la labor docente. Queda para posteriores investigaciones el diseño e implementación de recursos educativos que faciliten el proceso de aprendizaje de las series finitas e infinitas.

## Referencias

Bustos, C. (2018). Dificultades, obstáculos y errores asociados al infinito en estudiantes de último año de Pedagogía en Matemática. [Tesis de maestría, Universidad Alberto Hurtado]. <https://educacion.uahurtado.cl/wpsite/wp->

<content/uploads/2020/03/INFORME-FINAL-Cristi%20A1n-Bustos-Tiemann.pdf>

Codes, M. y González, A. (2017). Sucesión de sumas parciales como proceso interactivo infinito: un paso a la comprensión de las series numéricas desde el modelo APOS. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 35 (1), 89-110. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/issue/view/24427>

Acevedo, Vanessa , & Carmen González, Ana , & Martínez-Planell, Rafael , & Di Cristina Yumet, Gladys (2011). Construcciones SERLIST y SERFUNC de series infinitas. *Educación Matemática*, 23(3),183-207.[fecha de Consulta 19 de Septiembre de 2022]. ISSN: 0187-8298. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40521124008>

Román, D. (2014). *Obstáculos que afloran en la enseñanza-aprendizaje de las series infinitas*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma de Guerrero.]. [https://www.academia.edu/44150274/Obst%C3%A1culos\\_que\\_afloran\\_en\\_la\\_ense](https://www.academia.edu/44150274/Obst%C3%A1culos_que_afloran_en_la_ense%C3%B1anza_aprendizaje_de_las_series_infinitas)



Revista MICA ISSN:2594-1933