Revista MICA.
Volumen 7 No. 13.
ISSN: 2594-1933
Periodo: Enero - Junio de 2024
Tepic, Nayarit. México
Pp. 34 - 46
Recibido: Marzo 26 de 2024
Aprobado: Junio 02 de 2024

La navegación y las matemáticas: laso indisoluble

Navigation and mathematics: an inseparable bond

José Trinidad Ulloa Ibarra
Universidad Autónoma de Nayarit
jtulloa@uan.edu.mx
https://orcid.org/0000-0002-6382-7588

Bárbara Nayar Olvera Carballo
UA Derecho UAN
barbara.olvera@uan.edu.mx
https://orcid.org/0009-0001-3773-7570

Ana Luisa Estrada Esquivel
UACBI UAN
ana.estrada@uan.edu.mx
ORCID:

María Inés Ortega Arcega
UACBI UAN
maria.arcega@uan.edu.mx
https://orcid.org/0000-0002-1058-8106

La navegación y las matemáticas: laso indisoluble

Navigation and mathematics: an inseparable bond

Resumen

En el presente trabajo se resalta la importancia del conocimiento matemático en una actividad cotidiana para el ser humano. Las matemáticas han sido decisivas en el desarrollo de la navegación, especialmente en la aplicación del triángulo de posición y la ortodrómica. El triángulo de posición, fundamentado en la trigonometría esférica, permite determinar la ubicación mediante observaciones astronómicas, convirtiendo mediciones celestes en coordenadas terrestres. Por otro lado, la ortodrómica, basada en geometría esférica, calcula la ruta más corta entre dos puntos en la superficie terrestre, optimizando distancias en viajes de larga escala. Estos conceptos matemáticos han transformado la navegación de un arte intuitivo a una ciencia exacta. El triángulo de posición facilitó la navegación independiente de referencias terrestres, mientras que la ortodrómica mejoró significativamente la eficiencia en rutas marítimas y aéreas. La aplicación de estas técnicas no solo aumentó la precisión y seguridad en la navegación, sino que también sentó las bases para los sistemas de navegación modernos, incluyendo GPS y software de planificación de rutas. La influencia de las matemáticas en estos métodos destaca cómo principios abstractos pueden resolver problemas prácticos complejos, demostrando de manera precisa el poder de las matemáticas en la comprensión y dominio de la navegación global.

Palabras clave: Matemáticas, Navegación, Trigonometría, Geometría Esférica.

Abstract

This work highlights the importance of mathematical knowledge in a daily activity for human beings. Mathematics has been decisive in the development of navigation, especially in the application of the position triangle and orthodromics. The position triangle, based on spherical trigonometry, allows location to be determined through astronomical observations, converting celestial measurements into terrestrial coordinates. On the other hand, orthodromics, based on spherical geometry, calculates the shortest route between two points on the Earth's surface, optimizing distances on long-scale trips. These mathematical concepts have transformed navigation from an intuitive art to an exact science. The position triangle facilitated navigation independent of land references, while the great circle significantly improved efficiency on sea and air routes. The application of these techniques not only increased navigation accuracy and safety, but also laid the foundation for modern navigation systems, including GPS and route planning software. The influence of mathematics on these methods highlights how abstract principles can solve complex practical problems, precisely demonstrating the power of mathematics in understanding and mastering global navigation.

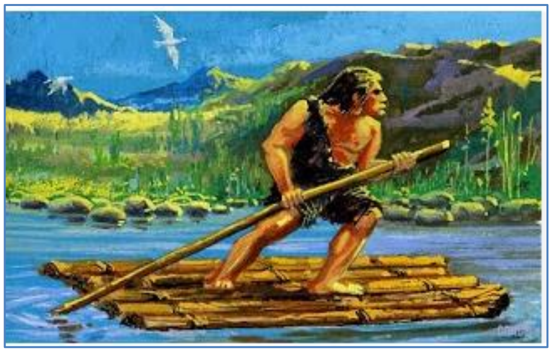
Keywords: Mathematics, Navigation, Trigonometry, Spherical Geometry

Introducción

Desde el inicio de la humanidad, las matemáticas han sido y siguen siendo el lenguaje fundamental que permite a los hombres progresar en todos los aspectos ya que les permite comprender, predecir y tratar de controlar el entorno que habitan. Dicho lenguaje se originó con cálculos rudimentarios que requería para agrupar, clasificar y de esta manera conocer cantidades de objeto y/o animales. Al volverse nómadas los caminantes requerían orientarse tanto para ir a algún sitio específico como para retornar a sus cabañas. Ello originó lo que ahora denominamos navegación una actividad fundamental para el desarrollo de la civilización transformando con el paso del tiempo esos rudimentarios cálculos en los sistemas de navegación por satélite, siendo las matemáticas las que han proporcionado las herramientas necesarias para explorar y conocer lugares, comerciar con pueblos lejanos o simplemente para pescar en mar abierto, la capacidad de orientarse y desplazarse por el agua ha sido fundamental para la supervivencia y el progreso. mares cielos y el espacio. Por lo que se puede afirmar que la continua evolución de las matemáticas y la navegación prometen seguir aumentando nuestras capacidades de conocer sitios que actualmente no podemos imaginar.

A pesar de los avances tecnológicos que han cambiado la vida, las matemáticas siguen siendo la base fundamental de la navegación. Desde los cálculos más sencillos hasta los algoritmos más complejos, las matemáticas proporcionan a los navegantes las herramientas que requieren para orientarse, trazar rutas y llegar a sus destinos de manera segura, eficiente y en menor tiempo si así se requiere. A medida que la tecnología de navegación continúa evolucionando, se tiene la certeza que las matemáticas seguirán desempeñando un papel crucial en la exploración del mundo y la conexión entre las personas a través de los cielos, la tierra y los mares.

Según la Real Academia de la Lengua (RAE) la navegación es la acción de navegar, un viaje que se realiza con la nave o la ciencia y el arte de navegar. Se considera, por tanto, que la navegación marítima es el arte y la ciencia de gobernar una embarcación de un punto a otro de forma eficiente y responsable. Navegar es todo un arte por la destreza que debe tener un navegante evitando los peligros de la navegación. Y ciencia, porque a la hora de navegar se necesitan conocimientos físicos, astronómicos, oceanográficos, cartográficos, etc. (CEN Elcano, 2022)



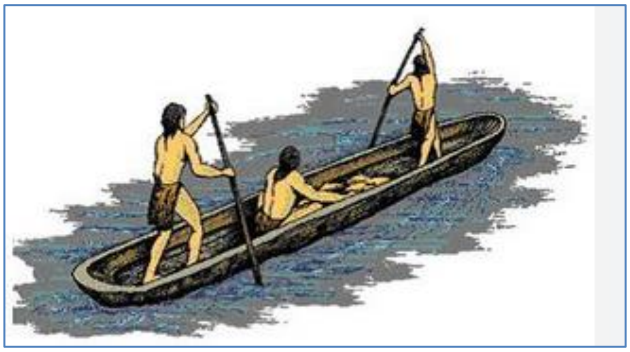


Figura No. 1. Inicios de la navegación

En la figura No. 1 se muestran imágenes alusivas a los inicios de la navegación, pero es hasta el surgimiento de las primeras civilizaciones dedicas a la navegación (fenicios, griegos y egipcios) en que la se registra que la navegación se basaba en la aplicación de principios geométricos básicos. Es en estos tiempos que se considera a la Estrella Polar como un referente esencial para determinar la latitud (La latitud proporciona la localización de un lugar, en dirección Norte o Sur desde el ecuador y se expresa en medidas angulares), mientras que la trigonometría les permitía calcular la distancia recorrida y la dirección a seguir. Los primeros instrumentos que se utilizaron fueron el sextante (Fig. No. 1) y el astrolabio (Fig. No. 2), ambos de gran precisión en esa época y que les permitían realizar mediciones angulares y trazar rutas precisas.

Fig. No. 2. Sextante

Fig. No. 3. Astrolabio

En el siglo XII surge una nueva herramienta que revoluciona la navegación, esta es la brújula (Fig. No. 4), la que utiliza una aguja imantada que señala el norte magnético y por consecuencia proporcionó a los navegantes una referencia direccional confiable en condiciones climáticas adversas en las que era difícil la observación del cielo.

Fig. No. 4. Brújula

A la par de este instrumento se desarrolla la trigonometría esférica que permitió a los cartógrafos crear mapas más precisos que representaban la curvatura de la tierra, lo que facilitó la planificación de rutas más eficientes (Leniz, 2020). De igual manera esta clase de trigonometría se convirtió en algo fundamental para la navegación tanto marítima como aérea, al hacer uso del triángulo de posición, la ortodrómica (arco de círculo máximo), las fórmulas de Napier, la ley de los Cosenos esféricos, la corrección por curvatura terrestre. A continuación, se darán algunos ejemplos de éstos.

A Uso del Triángulo de Posición.

El triángulo de posición (Domínguez, 2021) es un triángulo esférico formado por: el meridiano superior del lugar (o semicírculo vertical principal); el semicírculo horario del astro; y el semicírculo vertical del astro.

Sus vértices son el polo elevado, el cenit Z y la posición del astro. Sus lados son la colatitud (90°- l), la codeclinación o distancia polar (90° ± d) y la distancia cenital (90°- a).

Sus ángulos son: el ángulo en el polo (P): es el horario del lugar medido por el camino más corto; el ángulo acimutal o cenital (Z), que coincide con el acimut astronómico; y el ángulo paraláctico (no se usa).

En el triángulo de posición (Figura No. 5) se relacionan magnitudes que son dependientes de la posición del observador (acimut, altura) con magnitudes dependientes de la posición del astro observado (declinación, horario), lo que nos va a permitir estimar nuestra posición a partir de medidas de posición de los astros, objetivo final de la navegación astronómica.

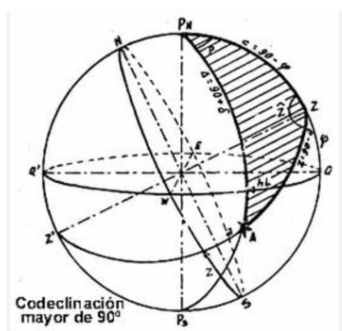


Fig. No. 5. Elementos del triángulo de Posición

Consideremos la siguiente situación:

Ejemplo: Un navegante quiere determinar su posición usando una observación del Sol.

1. Medición. Primero el navegante mide la altura del Sol sobre el horizonte (h) y registra la hora exacta de la observación.

Datos conocidos

- Altura medida del Sol (h)

- Declinación del Sol (δ) (obtenida de las efemérides náuticas para la fecha y hora de la observación)

- Hora sideral de Greenwich (GST)

2. Identificación del triángulo de posición

Los vértices son:

- Polo celeste (P)

- Cenit del observador (Z)

- Posición del Sol (S)

3. Identificación los elementos del triángulo

- Colatitud del observador ($90° - \varphi$), donde φ es la latitud

- Distancia polar ($90° - \delta$)

- Distancia cenital ($90° - h$)

- Ángulo en el polo (t), que es el ángulo horario local del Sol

4. Con lo anterior se aplica la fórmula del coseno para ángulos de la trigonometría esférica

$$\cos(90° - h) = \sin(\varphi) * \sin(\delta) + \cos(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(t)$$

5. Simplificando:

$$\sin(h) = \sin(\varphi) * \sin(\delta) + \cos(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(t)$$

6 Despejando la latitud (φ)

Como conocemos h y δ, pero no conocemos t ni φ, necesitamos una estimación inicial de la latitud. Luego, podemos resolver para t:

$$\cos(t) = [\sin(h) - \sin(\varphi) * \sin(\delta)] / [\cos(\varphi) * \cos(\delta)]$$

7. Calculando de la longitud. Una vez que se tiene t, se puede calcular la longitud (λ):

λ = GST - t (ajustando para que esté entre -180° y +180°)

8. Iteración

Con esta longitud calculada, volvemos al paso 6 y refinamos nuestra estimación de latitud. Repetimos hasta que los valores converjan.

9. Trazado. Finalmente, se traza una línea de posición perpendicular al acimut del Sol en el punto calculado. Este proceso se repite con al menos una observación más de otro cuerpo celeste (o del mismo en un momento diferente) para obtener una segunda línea de posición. La intersección de estas líneas da la posición del navegante.

Es importante notar que, en la práctica moderna, estos cálculos se realizan generalmente con calculadoras náuticas o software especializado, pero entender el proceso subyacente sigue siendo valioso para los navegantes.

B. Ortodrómica

La ortodrómica (del griego *orthos* "recto" y *dromos* "carrera") es el camino más corto entre dos puntos de la superficie terrestre; es el arco del círculo máximo que los une, menor de 180 grados. Entre dos puntos de la superficie terrestre pueden trazarse tres líneas diferentes: ortodrómica, loxodrómica e isoazimutal.

Se va a calcular la ruta ortodrómica (la más corta) entre dos puntos en la superficie de la Tierra, considerándola como una esfera. Usaremos como ejemplo un vuelo desde el Aeropuerto Internacional de Los Ángeles (LAX) al Aeropuerto de Narita en Tokio (NRT).

Datos:

- LAX: 33.9425°N, 118.4081°W

- NRT: 35.7720°N, 140.3929°E

Paso 1: Calcular la distancia ortodrómica

Usaremos la fórmula del haversine:

$a = \sin^2(\Delta\varphi/2) + \cos(\varphi1) * \cos(\varphi2) * \sin^2(\Delta\lambda/2)$

$c = 2 * \text{atan2}(\sqrt{a}, \sqrt{(1-a)})$

$d = R * c$

Donde:

$\varphi1$, $\varphi2$: latitudes en radianes

$\lambda1$, $\lambda2$: longitudes en radianes

$\Delta\varphi = \varphi2 - \varphi1$

$\Delta\lambda = \lambda2 - \lambda1$

R: radio de la Tierra (usaremos 6371 km)

Calculemos:

$\varphi1 = 33.9425° * \pi/180 = 0.5924$ rad

$\varphi2 = 35.7720° * \pi/180 = 0.6243$ rad

$\lambda1 = -118.4081° * \pi/180 = -2.0667$ rad

$\lambda2 = 140.3929° * \pi/180 = 2.4499$ rad

$\Delta\varphi = 0.6243 - 0.5924 = 0.0319$ rad

$\Delta\lambda = 2.4499 - (-2.0667) = 4.5166$ rad

$a = \sin^2(0.0319/2) + \cos(0.5924) * \cos(0.6243) * \sin^2(4.5166/2) = 0.9705$

$c = 2 * \text{atan2}(\sqrt{0.9705}, \sqrt{(1-0.9705)}) = 2.7307$ rad

$d = 6371 * 2.7307 = 17{,}389$ km

2: Calcular el rumbo inicial

Usaremos la fórmula:

$\theta = \text{atan2}(\sin(\Delta\lambda) * \cos(\varphi 2), \cos(\varphi 1) * \sin(\varphi 2) - \sin(\varphi 1) * \cos(\varphi 2) * \cos(\Delta\lambda))$

$\theta = \text{atan2}(\sin(4.5166) * \cos(0.6243), \cos(0.5924) * \sin(0.6243) - \sin(0.5924) * \cos(0.6243) * \cos(4.5166))$

$\theta = 0.6435 \text{ rad} = 36.87°$

3: Encontrar puntos intermedios

Para encontrar puntos en la ruta, usamos:

$\varphi i = \text{asin}(\sin(\varphi 1) * \cos(d/R) + \cos(\varphi 1) * \sin(d/R) * \cos(\theta))$

$\lambda i = \lambda 1 + \text{atan2}(\sin(\theta) * \sin(d/R) * \cos(\varphi 1), \cos(d/R) - \sin(\varphi 1) * \sin(\varphi i))$

Calculando el punto medio (d/2R):

$\varphi\text{medio} = \text{asin}(\sin(0.5924) * \cos(1.3654) + \cos(0.5924) * \sin(1.3654) * \cos(0.6435))$

$= 0.9052 \text{ rad} = 51.86°\text{N}$

$\lambda\text{medio} = -2.0667 + \text{atan2}(\sin(0.6435) * \sin(1.3654) * \cos(0.5924), \cos(1.3654) - \sin(0.5924) * \sin(0.9052))$

$= -2.6180 \text{ rad} = -150.01°\text{E o } 150.01°\text{W}$

Resultado:

- Distancia ortodrómica: 17,389 km

- Rumbo inicial: 36.87° (noreste)

- Punto medio aproximado: 51.86°N, 150.01°W (cerca de las Islas Aleutianas)

4. Correcciones Prácticas. En la práctica, la navegación ortodrómica pura no siempre es posible debido a:

- Restricciones de espacio aéreo o marítimo

- Condiciones meteorológicas
- Limitaciones de combustible

Por lo tanto, a menudo se usa una aproximación de la ruta ortodrómica dividida en segmentos de loxodrómica (rumbo constante). Estas fórmulas y métodos son la base para los cálculos de navegación de larga distancia en aviones y barcos. Los sistemas modernos de navegación utilizan versiones más complejas que tienen en cuenta la forma exacta de la Tierra (que no es una esfera perfecta), pero los principios básicos siguen siendo los mismos.

En la práctica, la navegación ortodrómica pura no siempre es posible debido a:

- Restricciones de espacio aéreo o marítimo
- Condiciones meteorológicas
- Limitaciones de combustible

Por lo tanto, a menudo se usa una aproximación de la ruta ortodrómica dividida en segmentos de loxodrómica (rumbo constante).

Estas fórmulas y métodos son la base para los cálculos de navegación de larga distancia en aviones y barcos. Los sistemas modernos de navegación utilizan versiones más complejas que tienen en cuenta la forma exacta de la Tierra (que no es una esfera perfecta), pero los principios básicos siguen siendo los mismos ()

Conclusión:

Estas fórmulas y métodos son la base para los cálculos de navegación de larga distancia en aviones y barcos. Los sistemas modernos de navegación utilizan versiones más complejas que tienen en cuenta la forma exacta de la Tierra (que no es una esfera perfecta), pero los principios básicos siguen siendo los mismos.

En los últimos años del siglo XX, las dificultades de realizar trayectos que siguieran la curva ortodrómica se vio enormemente facilitada, como consecuencia de la posibilidad de navegar sin utilizar brújulas. Fue la implementación de los sistemas de posicionamiento global tipo "GPS" lo que otorgó nuevas posibilidades de referencia extremadamente precisas. Si además se piensa en los avances de los sistemas de control de navegación por ordenador, totalmente interactivos con los GPS, uno se dará cuenta que, a partir de esto, que el seguir una trayectoria ortodrómica dejó de ser un inconveniente.

Se puede establecer que el triángulo de posición y la ortodrómica son dos ejemplos de cómo los principios matemáticos y geométricos aplicados a la navegación han permitido viajes más seguros y eficientes a escala global (EP, 2017). Aunque la tecnología ha simplificado muchos aspectos de la navegación, la comprensión de estos conceptos fundamentales sigue siendo vital para los profesionales del mar y del aire, asegurando una base sólida para la navegación en la era moderna.

Las matemáticas han desempeñado un papel fundamental en el desarrollo y perfeccionamiento de la navegación, particularmente en lo que respecta al triángulo de posición y la ortodrómica. Esta influencia ha sido transformadora, permitiendo a los navegantes atravesar vastas extensiones de océano y cielo con precisión y eficiencia (Mederos, 2015).

La influencia de las matemáticas en estos métodos de navegación va más allá de la mera aplicación práctica. Ha fomentado un enfoque sistemático y analítico en la navegación, promoviendo la precisión y el rigor en un campo donde los errores pueden tener consecuencias significativas. Además, ha impulsado la innovación continua en instrumentos y técnicas de navegación, siempre buscando mayor exactitud y eficiencia.

Esta simbiosis entre matemáticas y navegación no solo ha hecho posible la exploración global y el comercio internacional a gran escala, sino que también ha sentado las bases para los sistemas de navegación satelital modernos y la planificación de rutas computarizadas. Así, las matemáticas continúan siendo el cimiento invisible pero indispensable sobre el que se construye la navegación moderna, asegurando que sigamos encontrando nuestro camino con precisión a través de los vastos espacios de nuestro planeta.

Referencias

CEN Elcano (2022). Tipos de navegación marítima: características y diferencias. https://cenelcano.com/tipos-de-navegacion-maritima/

Domínguez, A. (2021). Triángulo de Posición. https://www.estudiasonavegas.com/titulos-nauticos/capitan-de-yate/el-baul-del-cy/apuntes-del-capitan-tan/118-apuntes-navegacion-astronomica-capitan-de-yate/450-triangulo-de-posicion

EP. (2017). https://aulanautica.org/unit/teoria-de-navegacion-capitan-yate/

Mederos, I. (2015). Navegación astronómica.

Leniz, R. (2020). Línea de posición astronómica.