



Revista MICA.
Volumen 4 No. 8.
ISSN: 2594-1933
Periodo: Julio – Diciembre de 2021
Tepic, Nayarit. México
Pp. 49 - 67
Recibido: Diciembre 01 de 2021
Aprobado: Diciembre 28 de 2021

Modelo didáctico para el aprendizaje de las matemáticas: Una propuesta metodológica

Didactic model for learning mathematics: A methodological proposal

María Inés Ortega Arcega
maria.arcega@uan.edu.mx
UACBI – UAN

José Trinidad Ulloa Ibarra
jtulloa@uan.edu.mx
UACBI – UAN

David Zamora Caloca
david.zamora@uan.edu.mx
UACBI -UAN

Modelo didáctico para el aprendizaje de las matemáticas: Una propuesta metodológica

Didactic model for learning mathematics: A methodological proposal

Resumen

Se presenta la estructura de un modelo didáctico para el aprendizaje de las matemáticas, sustentado en ocho actividades. El modelo se puso a prueba en los cursos de Didáctica del Álgebra y del Cálculo por los alumnos de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la U de G y en el curso de Modelo didáctico para el aprendizaje de las matemáticas impartido a profesores de la facultad de contaduría de la UAN, se desarrollaron 18 modelos que se analizaron y de los que se seleccionaron las aportaciones más significativas de cada una de las ocho actividades, con el propósito de que sirva de referencia para el profesor que adopte el modelo para generar una alternativa didáctica.

Palabras clave: Modelo didáctico, propuesta metodológica

Abstract

The structure of a didactic model for learning mathematics is presented, based on eight activities. The model was tested in the Didactics of Algebra and Calculus courses by the students of the Master's Degree in Mathematics Teaching of the U of G and in the Didactic Model for the learning of mathematics course taught to teachers of the accounting faculty of the UAN, 18 models were developed that were analyzed and from which the most significant contributions of each of the eight activities were selected, with the purpose of serving as a reference for the professor who adopts the model to generate a didactic alternative.

Keywords: Didactic model, methodological proposal

Introducción

En los reportes de investigación publicados en las distintas áreas de la matemática educativa, sustentados en las teorías del conocimiento actuales, diferentes niveles educativos, en contextos variados, se encuentra evidencia de que la innovación educativa que se ha planteado con base en las Tecnologías para la Información y Comunicación (TIC), ha propiciado las condiciones para que el profesor desarrolle alternativas didácticas para que el alumno logre un aprendizaje significativo al desarrollar las actividades planteadas en los distintos modelos didácticos o secuencias didácticas (Tobón, 2010; Díaz Barriga, 2017).

Una de las directrices del modelo didáctico es aprovechar la experiencia acumulada en los años de docente, en el sentido de que los profesores tienen identificados puntos críticos donde los estudiantes tienen problemas para aprender el tema o subtema, y es aquí donde el especialista del campo disciplinar interviene con la finalidad de proponer los medios y materiales a incluir en el modelo, por ejemplo, se tiene que seleccionar la tecnología pertinente para conseguir la comunicación y lograr la interacción entre quienes participan en el proceso educativo, o bien, si el profesor no está de acuerdo con el principio de que el alumno aprende al desarrollar una actividad colaborativa, no será acertado incluir actividades para realizar en grupo en el modelo o secuencia.

Desde esta perspectiva, es necesario desarrollar una cultura científica y tecnológica, que permita ver tanto bondades como riesgos generados por las actividades que conformarán el modelo didáctico, con el propósito de que el alumno logre aprender de un modo distinto a la enseñanza tradicional de matemáticas. Cultivar esta cultura es importante para los profesores-investigadores, pues una de sus tareas primordiales es generar estrategias para motivar a los alumnos para aprender matemáticas, pues se sabe de la naturaleza compleja del conocimiento matemático, de que los contenidos de cada curso son extensos, de que las deficiencias que traen los alumnos parecen insuperables, que los medios y materiales son escasos, que los métodos y estrategias empleadas no son congruentes con los procesos de adquisición del conocimiento y que los instrumentos de evaluación no son los adecuados, en suma, estas situaciones forman un conjunto de escollos que el alumno tiene que superar para lograr aprender matemáticas.

Así mismo con frecuencia se enfatiza en la memorización y en lo repetitivo, y no se ven favorecidos la comprensión y la aplicación, además de que los contenidos de los cursos se promueven en forma fragmentada y no estructurada. Algo preocupante es la falsa concepción que se tiene sobre la enseñanza y el aprendizaje: los profesores porque defienden el método o la técnica que utilizan en el aula convencidos de que funciona, mientras que los estudiantes están seguros que sus “métodos” de estudio son los adecuados y que reprueban porque se les tiene mala voluntad o porque les incluyen en el examen contenidos que no vieron en clase.

Ante esta situación se requiere de estrategias que propicien que los actores de la enseñanza y el aprendizaje trabajen en conjunto para generar propuestas alternativas, como la que aquí se describe, con la finalidad de colaborar con el docente para que el estudiante se apropie del conocimiento y logre acreditar los cursos y subsecuentemente, elevar los índices de aprobación en el área de matemáticas.

Metodología

La estrategia propuesta se integra de ocho apartados que el profesor debe desarrollar para elaborar su prototipo didáctico, cada uno de ellos se describe someramente a continuación:

Actividad 1: Selección del tema y la introducción

Consiste seleccionar un tema, subtema, concepto o habilidad al que se le aplicará la metodología, para ello, se parte de la recuperación y análisis de los planteamientos teóricos de algunos autores y de la propia experiencia, con la finalidad de concretar la situación actual y problemática de la enseñanza y el aprendizaje desde lo teórico y lo real.

Actividad 2: Funciones de los actores

Con base en los planteamientos teóricos de algunos autores y de la propia experiencia en relación con el tema seleccionado, se identifica la necesidad de generar propósitos de aprendizaje comunes que le den sentido y comprometan la participación diferenciada de los distintos actores en el modelo didáctico: profesor, alumnos, administrador, jefe de laboratorio, entre otros.

Actividad 3: El contenido en la enseñanza y el aprendizaje

El contenido consiste en presentar todo aquello que se pretende que el alumno aprenda, sin omitir ningún apartado, todo aquello que se quiere que transforme en conocimiento según quedó plasmado en los propósitos.

Actividad 4: Los principios de la enseñanza y del aprendizaje

Determinar cuáles son los principios idóneos en los que se sustenta la enseñanza y el aprendizaje del tema seleccionado, es la tarea a desarrollar en esta actividad, a fin de establecer la estrategia metodológica con la que se abordará el tema seleccionado y que

servirá para seleccionar los métodos y técnicas que se usarán para su motivar su aprendizaje.

Actividad 5: Los métodos y las técnicas

El profesor analizará los diferentes métodos y técnicas de enseñanza y aprendizaje con el fin de seleccionar, adaptar y desarrollar, el que se empleará para que los alumnos aprendan los contenidos del tema seleccionado. Por ejemplo, al elegir el método el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), no es suficiente que lo describas, es necesario que, de acuerdo con las características intrínsecas del método, definas y desarrolles cada una de las operaciones, acciones o procedimientos que implica su empleo.

Actividad 6: Los medios y materiales para la enseñanza y el aprendizaje

El profesor debe analizar las características y formas de utilización de los diversos medios y materiales que apoyen a los actores para el aprendizaje del tema base para que, con sustento en su experiencia docente y en la estrategia metodológica elegida, seleccione, elabore, modifique y utilice los medios y materiales idóneos para alcanzar los propósitos planteados.

Actividad 7: Diseño del ambiente de aprendizaje

En este apartado se describe el ambiente para el aprendizaje de los contenidos del tema base. Un buen inicio para diseñar un ambiente de aprendizaje es la consulta de artículos de investigación sobre el diseño de ambiente de aprendizaje, que aunado a tu experiencia servirá para obtener las características que debe reunir el contexto que favorezca el desarrollo del proceso de aprendizaje del tema. Es en la puesta de escena donde se ponen en activo todas las acciones que desarrollarán los actores.

Actividad 8: Evaluación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias

Se describirá la forma de evaluar y se incluirán las diversas acciones a realizar, el método a seguir, los criterios y las circunstancias en que se aplicará para evaluar el aprendizaje de los contenidos del tema, sobre todo observar que exista concordancia entre lo planteado a evaluar y los propósitos del modelo didáctico.

A continuación, en la figura 1, se presenta la elaboración del modelo didáctico.

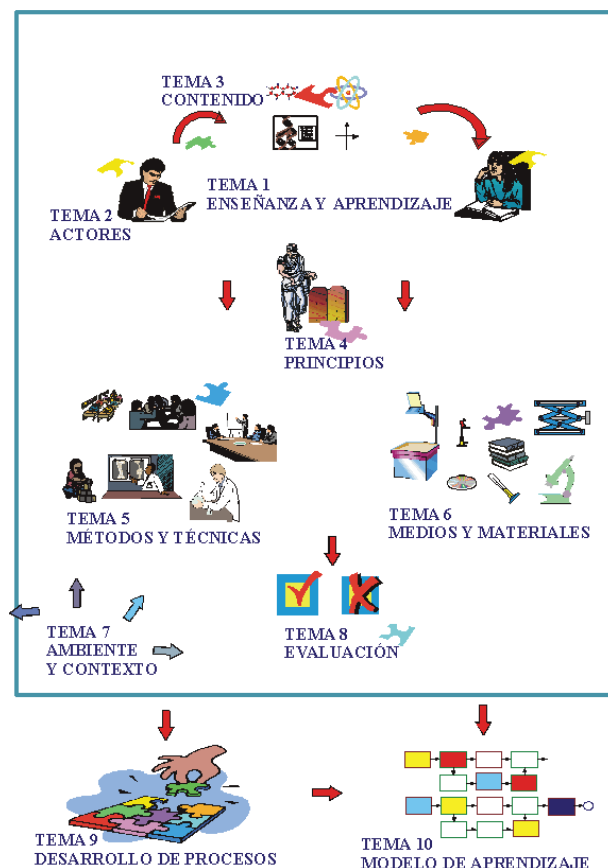


Figura 1. Mapa conceptual de la propuesta didáctica.

Resultados

Se revisaron 18 modelos didácticos elaborados en los cursos de Didáctica del Álgebra, Didáctica del Cálculo y Modelo didáctico para los temas siguientes:

Temas	Modelo
Ecuación lineal de una variable	2
Sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas	5
Ecuación cuadrática	2
Traducción del lenguaje materno al algebraico y viceversa	2
Factorización	2
Inecuaciones	1
Términos semejantes	1

Funciones	2
Límites	1

Cada uno de los modelos se revisó con el propósito de seleccionar, para cada una de las ocho actividades, las aportaciones más significativas y lograr ejemplificar de la mejor manera cada una, pues es importante que el interesado en adoptar este modelo para la organización de la enseñanza del tema de matemáticas, disponga de una guía para que genere su propio modelo didáctico. Una de las situaciones a las que se le ha puesto mayor atención es no incluir aportaciones que sean muy generales o de sentido común, pues el propósito es dar atención a cada tema, ya que el modelo para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita, es muy distinto al de la solución de la ecuación de segundo grado en una variable (cuadrática).

En una gran mayoría de los modelos, las funciones descritas son muy generales, por ejemplo, “Plantear a los estudiantes problemas adecuados y de interés para ellos”, no se consideró importante ya que esta es una actividad que debe desempeñar el profesor de manera normal y la sugerencia es describir acciones específicas relacionadas con el tema. En el caso de los estudiantes la función “En clase, el alumno solicitará el apoyo del maestro en caso de ser necesario para terminar la actividad” no se consideró porque es una tarea que se realiza de manera cotidiana.

A continuación, se trata cada una de las actividades con las aportaciones extraídas más representativas de cada uno de los 18 modelos.

Actividad 1: Selección del tema y la introducción.

De inicio se tuvo problemas para que los alumnos entendieran que el modelo inicia con un tema o subtema de las grandes áreas de la matemática como Álgebra, Geometría, Trigonometría, entre otras, pues comentarios como “el alumno tiene problemas para aprender cálculo porque sus conocimientos de álgebra son deficientes” están muy arraigadas.

Otro aspecto importante en esta actividad es que los futuros maestrantes traen la inercia de sus profesores y sólo se documentan para la elaboración de las actividades del curso a impartir, con lo sugerido en los escuetos programas que en una gran mayoría

coinciden con los índices de los libros. En este caso se le pide que se documenten con artículos de investigación y de docencia relacionados con su tema, con la finalidad de que se enteren, como mínimo: de los problemas de enseñanza y aprendizaje a que se enfrentan los alumnos, de la que se propone para su enseñanza y aprendizaje, de los medios y materiales empleados, del método de enseñanza, de los resultados, entre otras cosas que se describen en un artículo.

Actividad 2: Funciones de los actores

Esta actividad creo confusión debido en gran parte a que las funciones del profesor y del alumno se piensan para todo el curso, no se reflexiona en que cada tema o subtema puede ser tratado de forma diferente, por ejemplo, para enseñar la ecuación lineal de primer orden con una variable puede ser con computadora, con manipulativos o con objetos concretos, entre otros materiales, mientras que para los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas el empleo del GeoGebra para promover el método gráfico es algo común. En ambos casos se emplea la computadora, pero los materiales diseñados para su enseñanza y aprendizaje son distintos. Algunas de las funciones de profesor y alumnos se describen:

Funciones específicas del profesor

- Diseña el manual para que el alumno ajuste con GeoGebra los cuatro polinomios que delimitan el área de la figura recortada en material FOMI.
- Aprender a utilizar un software de edición de videos para diseñar un video histórico de la ecuación cuadrática.
- Elaborar hojas de trabajo para que los alumnos reflejen lo aprendido sobre términos semejantes.
- Seleccionar problemas auténticos para propiciar aprendizaje significativo de la ecuación cuadrática.
- Propiciar la dinámica “múltiplos de tres” con la intención de propiciar una lluvia de ideas con las preguntas exploratorias creadas.
- Crear la hoja de control para el juego lúdico “*Quien quiere ser matemático*”
<https://www.thatquiz.org/es/practicetest?mw6uic8w2cb8>
- Diseñar la hoja de control que responderán los alumnos conforme observen el video “*Aprendiendo SEL 2X2*”.

- Explora e investiga situaciones de la vida real, relacionadas con los contenidos de funciones, y las presenta a los alumnos en forma de casos, problemas o proyectos.

Funciones específicas del alumno

- Observar el video de la historia de límites y responder el cuestionario C1.
- Responden en equipo la hoja 1 de trabajo de la actividad para solucionar un sistema de 2 ecuaciones con dos incógnitas por el método de suma y resta.
- Trabajar en grupo colaborativo las tres situaciones de la vida cotidiana de las que emergen ecuaciones cuadráticas.
- Participar en la dinámica “múltiplos de tres” y responder a las preguntas exploratorias elaboradas por el docente
- Manipular el juego “*Quien quiere ser matemático*” para reactivar conocimientos respecto al lenguaje algebraico y responder la hoja de control.
- Diseñar en equipo un video con una situación problemática respecto a su vida cotidiana relacionada con el tema del Teorema de Tales.
- Escribir en el cuaderno tres de los ejercicios contestados que se muestran en el video *Aprendiendo SEL 2X2*.
- Contestar la prueba diagnóstica sobre conocimientos previos para el tema de límites.
- Como trabajo extraclase ajustarán dos polinomios para calcular el área sombreada de las figuras mostradas en la actividad.

Actividad 3: El contenido en la enseñanza y el aprendizaje

El pensamiento matemático de considerar el curso de manera global prevalece y se refleja en 16 de los 18 modelos analizados, porque sólo en dos se preocupan por identificar los conocimientos previos requeridos para lograr un aprendizaje significativo en los alumnos y por desglosar los contenidos que se tratarán en clase. En el curso se discutió la ecuación de segundo grado como se encuentra en el libro de Cardano (1545) y en el que se clasifica las ecuaciones como casos primitivos y derivados (Figura 2), lo que difiere del planteamiento en algunos libros que la clasifican como completa e incompleta, sin importar las distintas posiciones de los términos de la ecuación con respecto al signo igual, así que de acuerdo a la experiencia del profesor toda la ecuación cuadrática se representa como $ax^2 + bx + c = 0$, pero para el estudiante de nivel medio básico o medio superior, es

posible que no identifique que el proceso de solución de la forma $ax^2 + bx = c$ es el mismo que para la ecuación $ax^2 = bx + c$.

PRIMITIVE CASES LACKING DERIVADOS		CASES PRIMITIVES	DERIVATIVE CASES
1. $N=ax$ $N=ax^2$ $N=ax^3$ $N=ax^4$ $N=ax^5$ and so soon, comparing the number with each power	2. $N + x^2=ax$ $N + x^3=ax$ $N + x^3=ax^2$ $N + x^4=ax$ $N + x^4=ax^2$ $N + x^4=ax^3$ $N + x^5=ax$, or ax^2 , or ax^3 and so on without end	1. $N = x^2 + ax$ 2. $N + ax = x^2$ 3. $N + x^2 = ax$ 4. $N = x^3 + ax$	$\begin{cases} 1. N = x^4 + ax^2 \\ 2. N = x^6 + ax^3 \\ 3. N + ax^2 = x^4 \\ 4. N + ax^3 = x^6 \\ 5. N + x^4 = ax^2 \\ 6. N + x^6 = ax^3 \\ 7. N = ax^2 + x^6 \\ 8. N = ax^3 + x^9 \end{cases}$

Figura 2. Casos primitivos y derivados de la ecuación cuadrática. Transcripción parcialmente editada de Cardano (1545)

En el caso de la ecuación de primer grado con una incógnita, el desglose de contenidos es acertado, incluye los tipos de ecuaciones a tratar, así como los conocimientos previos.

- **Conocimientos previos:** Procedimiento para la suma, resta, producto y división de números enteros y decimales. Sean a, b y c número enteros con $a > b$: $a+b=c$, $-a-b=-c$, $a+b=-c$.
- **Contenidos:** Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita de la forma: $Ax + B = Cx + D$; $B + Ax = Cx + D$; $Ax + B = C$; $Ax + B = D + Cx$; $B + Ax = D + Cx$; $Ax=B$; $B=Ax$.

Los contenidos incluidos en el caso de la cuadrática dejan mucho que desear, pues son tradicionales y no incluye el tipo de ecuaciones ni las distintas representaciones gráficas, lo que no corresponde a la propuesta del modelo como se ejemplifica: 1. Definiciones preliminares: Ecuación de segundo grado y Solución de una ecuación de segundo grado. 2. Solución mediante la fórmula general. 3. Distinción de la naturaleza de las raíces. 4. Representación gráfica de ecuaciones de segundo grado.

Actividad 4: Los principios de la enseñanza y del aprendizaje

Los principios guiarán su modelo didáctico (NCTM (2000); Caracheo (2000)), por ejemplo, si el profesor considera que con el trabajo colaborativo o con el GeoGebra el alumno no logra un aprendizaje significativo, entonces tales principios no se incluirán. Algunos resultados son:

- El nuevo conocimiento estará basado en las experiencias previas de los estudiantes, tanto en su vida cotidiana como en lo estudiado en el Nivel Medio.
- El aprendizaje mejora cuando el conocimiento se sitúa en contextos auténticos y realísticos.
- Ofrecer métodos de ayuda a los alumnos para adquirir el conocimiento desde múltiples perspectivas y conocimiento transversal por múltiples caminos.
- La realimentación aumenta la posibilidad de aprender el contenido.
- El aprendizaje se construye colaborativamente.
- Las actividades lúdicas propician el aprendizaje, interés y motivación en los estudiantes hacia las matemáticas.
- El uso de juegos o materiales manipulables genera buena disposición del estudiante para propiciar aprendizaje de ecuaciones lineales.
- Los valores (puntualidad, responsabilidad, compromiso, honestidad, etc.) del estudiante son importantes para el trabajo colaborativo

Actividad 5: Los métodos y las técnicas

Los principios y teorías identificados en los 18 modelos revisados, pero sin llegar a reflejar en un 100 % sus planteamientos en el modelo, son: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Aprendizaje Orientado en Proyectos (AOP), Estudios de Caso (EC), Aprendizaje Colaborativo (AC), Teoría de las Representaciones Semióticas (TRS), Teoría del Enfoque Ontosemiótico (EOS) y Aprendizaje Asistido por la Computadora (AAC),. Algunos extractos de este apartado son:

- Es importante presentarle al estudiante problemas que provoquen un cambio en la formación de los estudiantes. En esta línea, se pretende que el estudiante se enfrente, individualmente y en pareja, a los problemas que representa la solución de una inecuación. Esto implica, la comprensión del concepto de intervalo, en cualquiera de sus modalidades, así como la definición y las propiedades que satisfacen las desigualdades. Previamente se revisaron los conceptos referentes a lo que es una ecuación, su solución, el algoritmo para resolver ecuaciones.
- Las actividades utilizan applets de GeoGebra y hojas de trabajo para que los alumnos en grupo colaborativo las respondan. Al finalizar la sesión se discuten los procedimientos

que emergieron en el aula, se pasa al frente a los estudiantes para que argumenten la solución que encontraron.

- El estudio de casos en el cual se le dará por parejas un problema a resolver, lo plantearán intercambiarán información e ideas sobre la resolución, defenderán su punto de vista y llegarán a una misma conclusión. Se iniciará con problemas reales y de interés para el alumno de donde se desprenda la ecuación de primer grado con una incógnita y así mismo se genere en la necesidad resolver este tipo de problemas.
- La metodología consiste en proporcionar actividades a los estudiantes en los que se propicie la traducción del lenguaje natural al simbólico algebraico y viceversa de manera gradual. El pensamiento algebraico se puede desarrollar en los estudiantes como resultado de la realización de actividades debidamente planificadas que, al partir de tareas aritméticas o de otros bloques de contenido (medida y geometría), vayan hacia la generalización, simbolización y el cálculo analítico. (Godino, 2012).
- En este modelo didáctico se plantea emplear la tecnología (Salas, 2007) por medio de un video informativo sobre Aritmética y Álgebra y un Objeto Para Aprender que contiene teoría, actividades y juegos con el fin de que el estudiante aprenda a diferenciar el lenguaje aritmético con el lenguaje algebraico de manera fácil y divertida.

Actividad 6: Los medios y materiales para la enseñanza y el aprendizaje

Este apartado del modelo fue muy desarrollado por los alumnos, que incluyeron medios y materiales existentes o elaborados exprofeso para el modelo, pues se pueden enumerar un sin fin de recursos, desde los materiales impresos (láminas, folletos, textos, etc.), los manipulativos (ALGEBLOCKS), los materiales audiovisuales (video y audio), los Applets, Objetos para Aprendizaje (OPAS) y los programas multimedia. Entre los medios más empleados están la video conferencia, las páginas Web, sitios PODCAST y el empleo de software matemático (GeoGebra). Se describen someramente algunos de los medios y materiales incluidos en los modelos.

- **Video histórico de sistemas de ecuaciones lineales:** El objetivo del video es dar una idea a los estudiantes de como surgen los sistemas de ecuaciones y su relación con el entorno social; el video contiene imágenes, audios o relatos.

- **Preguntas exploratorias:** El docente elabora una serie de cuestionamiento con el objetivo de provocar una lluvia de ideas, para verificar el análisis que hacen los estudiantes de lo más relevante en el video histórico, las preguntas se hacen de manera aleatoria con una dinámica.
- **Dinámica “aplauso”:** el docente selecciona esta dinámica y pide a los alumnos que se sienten en círculo. Los alumnos deben enumerarse en voz alta y que a todos los alumnos que les toque un múltiplo de tres (3, 6, 9, 12...) o un número que termine en tres (13, 23, 33...), deberán dar un “aplauso” en lugar del número, el alumno que sigue deberá continuar con la numeración. El alumno que se equivoque se le realizará una pregunta exploratoria y en caso de que su respuesta esté incompleta, otro alumno puede apoyar a complementar la respuesta.
- **Juego “Quien quiere ser matemático”:** Es una aplicación creada en el programa Unity 3D para utilizar en un móvil o computador. El juego consta de 24 enunciados, separados en dos niveles, el primer nivel contiene 16 enunciados algebraicos y el segundo nivel enunciados algebraicos contextualizados cada enunciado es de opción múltiple: cuatro posibles respuestas se dan (A, B, C o D).
- **RubriStar.** Herramienta gratuita que ayuda a los educadores a crear rúbricas de calidad. El profesor utilizará esta herramienta para el diseño de las rubricas y listas de cotejo como instrumentos de evaluación del tema con actividades individuales o por equipo.
- **Archivo con la teoría de transformación de funciones: compresión y elongación.** En el archivo se explican los conceptos de compresión y elongación. A continuación, se presentan algunas imágenes ilustrativas. El archivo se encuentra en el sitio: https://drive.google.com/open?id=17hSxCcGO2GtwkjUiqlMir3-_ZlcmXMt.
- **Applet:** Con el applet de GeoGebra el usuario interactúa con las transformaciones de las funciones, así como realizar la práctica de estas. A continuación, se muestran algunas imágenes. El applet se puede encontrar en la siguiente liga <https://www.geogebra.org/m/bqm3bewy#material/gwqx4fc6>.
- **Memorama de factorización de trinomios:** El memorama consiste de 40 tarjetas (20 pares), que muestran los cuatro tipos de factorización de trinomios que existen, en una aparece la expresión algebraica y en la otra la factorización de la expresión algebraica.

- **Modelo Operatorio de Fichas en el Plano MOFIP:** El objetivo del juego es quedarse con sola una ficha negra en una parte del tablero (izquierda o derecha) y las demás fichas blancas en la otra parte del tablero, es decir, encontrar el valor de “x”. El juego comienza al colocar las fichas en el tablero según correspondan en la siguiente expresión $Ax \pm B = Cx \pm D$.
- **Applet de GeoGebra de la ecuación de segundo grado:** Se emplea para manipular los coeficientes de una ecuación de segundo grado generando instantáneamente los cambios en los procedimientos por fórmula general y en la gráfica de la respectiva ecuación, el material está disponible en <https://ggbm.at/upm5qZUx>.
- **Applet de GeoGebra para solucionar un sistema de ecuaciones lineales de 2x2.** Se trata de obtener el valor en kilogramos de maíz amarillo y maíz morado necesarios para hacer una mezcla que puede contener 2 nutrientes (grasa, fibra, calcio o proteína). Debes seleccionar el nutriente requerido de cada maíz (el nutriente de las líneas azules debe ser el mismo en ambos tipos de maíz, lo mismo sucederá con el nutriente seleccionado en las líneas rojas) y la cantidad de mezcla requerida con ese nutriente. <https://ggbm.at/f57rfCSe>.
- **Video explicativo para la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:** Es un video que se encuentra el sitio YouTube y explica como encontrar la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. El video se encuentra en el sitio <https://youtu.be/K2Rj51WUf7A>.

Actividad 7: Diseño del ambiente de aprendizaje

El ambiente para aprendizaje es el espacio en el que conviven los actores de la enseñanza y aprendizaje, presencia o virtual, mediados por las actividades diseñadas por el profesor, en un escenario educativo en el que se incentivan y motivan las relaciones sociales entre los actores, para propiciar aprendizaje sobre el tema de matemáticas. Una situación común que se dio en los modelos, es que todos señalan que trabajarán individual y colaborativamente, de la misma forma incluyeron las respectivas sesiones que se trabajarán en el aula, laboratorio de cómputo, biblioteca o en casa, entre otros lugares. Supongo que debido a las realimentaciones que se daban sobre cada una de las actividades, el modelo ya

se vislumbra en su fase final, quedando pendiente sólo la forma de evaluar el aprendizaje del tema en cuestión.

Las funciones del profesor y alumno en el ambiente para aprender se encontraron en algunos modelos y son:

El profesor como guía. Se favorece un ambiente de aprendizaje y convivencia social en los alumnos, cuando se establece una comunicación efectiva y reciproca con el profesor, en su función de guía del proceso de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo, el docente abordará como actividad final un problema de la vida cotidiana para aplicar el teorema de Pitágoras. Se desea pintar la pared de un edificio, para lo cual utilizará una escalera de 5 metros apoyada en el edificio y se apoya a una distancia conocida de la base de la pared edificio, el estudiante de manera individual resolverá que altura tiene el edificio con su trabajo en el cuaderno. El docente pasará a los lugares de los estudiantes para verificar el avance y logro de la actividad, aclara dudas, fortalece los contenidos y los conceptos vistos en la sesión.

El alumno como centro de la actividad. Por su parte los alumnos trabajan en binas, grupos de tres o más, discuten entre ellos la solución del problema en función de los resultados a los que cada quién llevo para la solución del problema. Es en este momento cuando los estudiantes se dan cuenta de la diferencia o semejanza de su respuesta con la de su compañero, que propicia la autoevaluación, corrigen si es necesario, para presentar su desarrollo ante todo el grupo.

Algunos de los ambientes de los modelos se sintetizan a continuación:

Ambiente informático. El laboratorio de cómputo está acondicionado con servicio de internet, un pizarrón interactivo para consultar los archivos y trabajar con los Applets. Se implementa al incluir diversas herramientas tecnológicas como son el juego “Quien quiere ser matemático”, “Aprendiendo SEL 2x2” y videos, con la finalidad de proporcionar a los estudiantes recursos que faciliten su proceso de aprendizaje.

Otro ejemplo de un ambiente informático, ¿se refiere al empleo del juego conocido como Kahoot!, que hace que el aprendizaje sea divertido, atractivo e impactante para todos los estudiantes, en el aula o a distancia. Permite crear juegos, en forma de cuestionarios, mediante un software que enlaza la computadora con el teléfono celular de cada uno de los

participantes de manera sencilla, o bien, permite elegir entre millones de juegos existentes para introducir un tema, revisar y fortalecer el conocimiento de un tema de matemáticas.

Ambiente en el aula. Se refleja en el trabajo con manipulables como los ALGEBLOCKS empleados para factorizar algunas expresiones algebraicas, observar en grupo el video de la historia de la ecuación de segundo grado o implementar la dinámica de “aplausos” y problemas contextualizados, con lo que se propicia la interacción alumno-alumno y alumno-profesor.

Ambiente Lúdico. Este ambiente promueve la interacción humana y se centra en el juego en que los estudiantes y el docente participan para integrar el proceso de enseñanza y aprendizaje con distintos propósitos. Durante la implementación del juego de acertijos, se indica a los estudiantes que pueden discutir sus ideas en equipo para encontrar una solución conjunta, se pide que generen un acertijo de manera verbal y que lo planteen al resto de sus compañeros de equipo quienes escriben la expresión algebraica que hayan acordado y las muestran como se acordó.

Actividad 8: Evaluación del aprendizaje del tema

Para esta actividad se presentan una síntesis de los elementos de la evaluación que se incluyen en cada uno de los modelos.

Autoevaluación. Proceso de autorreflexión por parte de los estudiantes, estos juzgarán su logro, disciplina, actitud, participación, esfuerzo, dedicación y trabajo durante el tema. Se utilizará una rubrica para valorar tales aspectos.

Ensayo (Grupal). Escribir un ensayo sobre la ecuación de segundo grado, donde exprese las propiedades que debe cumplir los coeficientes de una ecuación de segundo grado para poder determinar la naturaleza de sus raíces sin necesidad de resolver la ecuación. Escribir también la relación que tienen las raíces de una ecuación de segundo grado con su respectiva gráfica.

Evaluación Formativa. Se empleó para la valoración de un objeto para aprendizaje. Es utilizada para mejorar la calidad en el aprendizaje. Esta es ejecutada en intervalos cortos de tiempo. Puede ser ponderada con una puntuación no muy elevada.

Evaluación interactiva (individual). La evaluación interactiva alumno-applet se realiza cuando se accede al sitio web <https://ggbm.at/Vw5wUwZe> y el alumno interacciona con el

applet de GeoGebra para aprender a solucionar la ecuación de segundo grado de manera algebraica y su representación gráfica.

Evaluación Sumativa. Es el resultado de la suma de las calificaciones asignada en la rúbrica a los productos elaborados para aprender a solucionar los sistemas de dos ecuaciones de dos incógnitas: Problemas contextualizados, problemas de aplicación, cuestionario para el video, trabajo con applets, examen de diagnóstico, examen de conocimientos previos, examen de autoevaluación, actividad individual y colaborativa, tareas, exámenes, participación en clase, coevaluación, actitudes y valores.

Examen final: Constituye una oportunidad de realimentación e integración del material trabajado en el tema. Usualmente se incluyen cuestiones relacionadas con las actividades previamente realizadas a las que debe agregarse un sustento basado en razonamiento. Se incluirán preguntas que impliquen reproducción de lo visto.

Examen Postest. El estudiante define, plantea y resuelve de manera correcta ejercicio y problemas de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Examen pretest. Se emplea para identificar el conocimiento que el alumno posee sobre el desarrollo histórico del álgebra o de la solución de una ecuación lineal con una incógnita o de los métodos de solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Participación. Para obtener su ficha de participación, deberán contestar acertadamente preguntas elaboradas por el docente y ser activo en las tareas encomendadas.

Rubrica de evaluación. Se hará uso de la rúbrica para establecer los criterios de evaluación siguientes: Participación en clase, Comunicación y organización en el equipo, Explicación clara sobre sus procedimientos, Solución correcta de las ecuaciones estudiadas, Creación y resolución de ecuaciones mediante el juego.

Solución de problemas. Se pretende que los estudiantes realicen el modelaje algebraico de la situación problemática, así como el procedimiento y su solución. El rol del docente fungirá como guía ayudando a entender a los estudiantes su propio razonamiento, se trabajarán de manera individual y posteriormente se revisarán de manera grupal. Se evaluará con una rubrica.

Tarea cerrada (examen individual). La tarea cerrada consta de una combinación de preguntas de apareamiento y de identificación y su objetivo es propiciar la distinta forma de las soluciones de ecuaciones de segundo grado.

Conclusiones

El modelo didáctico propuesto es una alternativa para propiciar la motivación en el alumno por aprender los contenidos de un tema o subtema de un curso de matemáticas, en alguna institución educativa. Una de las características es que se orienta a evitar los planteamientos generales que tradicionalmente se integran para el desarrollo de todo el curso, en el entendido que cada uno de los temas o subtemas tienen características propias, en cuya propuesta se integra el GeoGebra o bien los manipulativos ALGEBLOKCS pero de manera distinta para el tema 1 que para el tema 2.

En el caso de las funciones del profesor, quedan sin discusión las responsabilidades tradicionales de ver al curso como un todo, como integrar el GeoGebra al curso, pero sin especificar las funciones del estudiante para cada uno de los temas. El modelo didáctico se propone enriquecerlo con experiencia del profesor en la docencia, la generación de actividades para identificar los conocimientos previos, la selección adecuada del método a emplear para su enseñanza, el manual y hojas de trabajo de GeoGebra para cada uno de los temas, diseñar las sesiones que se requieren para que el alumno interaccione con el ambiente para aprendizaje, y al final, el profesor con las evidencias de evaluación, dictamine si el nivel de conocimiento adquirido por los estudiantes es aceptable o no.

Bibliografía

- Caracheo, F. (2000). Los principios del aprendizaje, Documento inédito, CIIDET, Querétaro, México.
- Cardano, G. (1545). *Ars Magna ot the rules of algebra* (Traducción por T. Richard Wilmer, 1968). Dover Publication: New York, USA.
- Díaz, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. UNAM, México. Recuperado en junio 2019 de www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20primera%20Evaluacion/Factores%20de%20Evaluacion/Práctica%20Profesional/Guia-secuencias-didacticas_Angel%20Díaz.pdf

- Godino, J.; Castro, W., Aké, L. y Wilhelmi, M. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, 26 (42B).
- NCTM (2000). Principles for School Mathematics, The Technology Principle. Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés). Traducido por EDUTEKA. <http://standards.nctm.org/document/chapter2/techn.htm>.
- Salas, E. E. (2007) *Las TIC y la educación. Aprendizaje asistido por computadora en persona con necesidades educativas especiales*. Brasil: Universidad Federal do Rio Grande do Sul.
- Tobón, S., Prieto, J. y Fraile, J. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson educación.